ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 NOVEMBRE 1935.

PRÉSIDENCE DE M. PIERRE-AUGUSTIN DANGEARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Enrique Hauser**, membre de l'Académie des Sciences de Madrid et à M. **René Vandendries**, de l'Université de Louvain, qui assistent à la séance.

M. **Julien Costantin** fait hommage à l'Académie de trois publications qui viennent de paraître dans les *Annales des Sciences naturelles*, *Botanique*, t. XVII :

1° *Sur les mycorhizes de la Pomme de terre*, par MM. J. Costantin et J. Magrou, où l'on voit les premières photographies microscopiques des Champignons symbiotiques qui étaient jusqu'ici inconnus dans les variétés *cultivées*.

Les auteurs ont étudié les mycorhizes de la plante atteinte de mosaïque; leurs constatations éclairent vivement la difficile question de la dégénérescence.

2° *Quelques résultats des cultures de Fontainebleau* (1934) (*Solanum tuberosum*), par M. J. Costantin.

3° *La rusticité des plantes alpestres* (avec quatre photographies), par M. J. Costantin, où l'on montre qu'en partant des plantules issues de graines, on a des tubercules seulement dans le cas où l'on ajoute de la terre vierge des hauts pâturages, qui renferme les endophytes. Également avec des plantules, à 560^m d'altitude, la terre des champs où se fait ordinaire-

ment la culture de la Pomme de terre (en partant de tubercules) n'en contient pas. *Ces Pommes de terre ne méritent pas leur nom*, car elles n'en produisent plus. Cette absence explique les dégénérescences qui se manifestent dans les plaines après quelques cultures successives.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

G. Portevin. *Histoire naturelle des Coléoptères de France.* Tome IV. *Polyphaga. Rhynchophora.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur la courbure des surfaces.* Note [1] de M. **Abraham Wald**, présentée par M. Élie Cartan.

D et D_1 étant deux espaces distanciés (métriques) au sens de M. Fréchet, nous disons que D peut être *plongé* dans D_1 s'il existe un sous-ensemble D' de D_1 auquel D est *congruent*, c'est-à-dire sur lequel D peut être appliqué biunivoquement avec conservation des distances. Un sous-ensemble d'un espace distancié qui peut être plongé dans la droite est appelé *linéaire*. Un arc linéaire est donc congruent à un segment de droite et sera appelé brièvement *segment*.

Un espace distancié est dit convexe au sens de M. Menger [2], s'il contient, pour tout couple de points p et r, au moins un point q tel que $p \neq q \neq r$ et $pq + qr = pr$, xy désignant la distance des points x et y. M. Menger a démontré qu'un espace compact et convexe contient pour deux quelconques de ses points p et q au moins un segment qui les joint (*loc. cit.*, p. 87).

Nous disons qu'un espace distancié D a *la courbure de surface* $k(p)$ au point p, lorsqu'aucun voisinage du point p n'est linéaire et lorsqu'à tout $\varepsilon > 0$ il correspond un $\delta > 0$ tel que tout quadruplet de points q, r, s, t de D

---

(1) Séance du 12 novembre 1935.

(2) *Mathem. Annalen*, **100**, 1928, p. 81.

dont les distances à p sont $< \hat{\delta}$, puisse être plongé dans une S_k avec $|k - k(p)| < \varepsilon$, S_k désignant la surface d'une sphère à trois dimensions de courbure totale $k = 1/r^2$ (r, rayon réel ou imaginaire de S_k); nous prendrons comme distance de deux points p' et p'' de S_k la longueur du plus petit arc de grand cercle passant par p' et p''. En chacun de ses points un espace convexe et compact admet au plus *une* courbure de surface.

Soit C un espace compact et convexe admettant une courbure $k(p)$ en chaque point p. $k(p)$ est alors une fonction continue de p; de plus il existe un nombre $\bar{\rho} > 0$ tel que :

1° Tout quadruplet de points distincts deux à deux de diamètre $< 2\bar{\rho}$, contenant deux triplets linéaires, soit linéaire. [M. Menger a montré (*loc. cit.*, p. 111), que dans ces conditions, il n'existe qu'un seul segment joignant deux points de distance $< 2\bar{\rho}$.]

2° Désignons par $U(p; \bar{\rho})$ l'ensemble des points de C dont la distance à un point p est $< \bar{\rho}$; il existe alors deux points p_0 et p_1 de $U(p; \bar{\rho})$ tels que le triplet p, p_0, p_1 soit non linéaire.

3° Soient q_1 et q_2 deux points $\neq p$ contenus dans $U(p; \bar{\rho})$ et soit $q_i(\rho)$ $(i = 1, 2)$ (pour tout ρ inférieur au plus petit des nombres pq_1, pq_2) le point situé à la distance ρ de p sur le segment joignant p et q_i; alors le quotient $q_1(\rho)q_2(\rho)/\rho$ possède une limite λ quand $\rho \to 0$ et nous poserons par définition

$$\widehat{q_1pq_2} = \widehat{q_2pq_1} = 2 \operatorname{Arc\,sin} \frac{\lambda}{2} \qquad (0 \leq \widehat{q_1pq_2} \leq \pi).$$

4° Faisons correspondre à tout point $s \neq p$ de $U(p; \bar{\rho})$ les nombres $\rho(s)$ et $\varphi(s)$ définis par

$$\rho(s) = ps \qquad \text{et} \qquad \varphi(s) = \begin{cases} \widehat{spp_1} & \text{si } |\widehat{p_1pp_2} - \widehat{spp_1}| = \widehat{spp_2}; \\ 2\pi - \widehat{spp_1} & \text{dans les autres cas;} \end{cases}$$

p_1 et p_2 désignant deux points de $U(p, \bar{\rho})$ tels que le triplet p, p_1, p_2 soit non linéaire. Si maintenant s' désigne le point du plan euclidien de coordonnées polaires $\rho(s)$ et $\varphi(s)$, la correspondance entre s' et s (en convenant de faire correspondre au point p l'origine O des coordonnées) est biunivoque et bicontinue, c'est-à-dire est une homéomorphie.

5° r'_1 et r'_2 étant deux points de l'image plane de $U(p, \bar{\rho})$ tels que le triplet O, r'_1, r'_2 soit non linéaire, il existe un nombre $\rho_0 > 0$ tel que tout point situé à une distance $< \rho_0$ de O sur un segment compris entre les segments Or'_1 et Or'_2, appartienne à l'image de $U(p, \bar{\rho})$.

6° La longueur de l'arc

$$\rho=\rho(t), \qquad \varphi=\varphi(t) \qquad (0 \leq t \leq 1) \text{ de } U(p; \bar{\rho}),$$

$\rho(t)$ et $\varphi(t)$ étant deux fonctions dérivables de t, est égale à

$$\int_0^1 [\rho'^2(t) + G^2(\rho, \varphi)\varphi'^2(t)]\, dt,$$

où $G(\rho, \varphi)$ est la solution de l'équation différentielle

$$\frac{\partial^2 G}{\partial \rho^2} = -k(\rho, \varphi).G(\rho, \varphi)$$

satisfaisant aux conditions

$$G(0, \varphi) = 0, \qquad \frac{\partial G}{\partial \rho}(0, \varphi) = 1,$$

$k(\rho, \varphi)$ désignant la courbure de surface de C au point (ρ, φ). Comme conséquence de ces théorèmes, nous pouvons énoncer le théorème suivant :

Tout espace compact et convexe qui admet une courbure de surface en chaque point est une surface de Gauss.

D'autre part on peut démontrer que *toute surface de Gauss est un espace compact et convexe qui admet en chaque point p une courbure de surface $k(p)$* identique à la courbure totale. Nous avons donc résolu le problème de M. Menger [1] : caractériser les surfaces de Gauss au sens de la géométrie des espaces distanciés et nous avons obtenu ainsi le théorème suivant :

Pour qu'un espace distancié compact soit une surface de Gauss, il est nécessaire et suffisant qu'il soit convexe et admette une courbure de surface en chaque point [2].

Notre définition de la courbure de surface basée sur la considération des quadruplets de points ne nécessite pas la représentation des points par des coordonnées; elle peut donc servir à introduire simplement et de façon naturelle la courbure totale; d'autre part elle fournit une nouvelle base à la géométrie différentielle des surfaces.

---

(1) *Mathem. Annalen*, **104**, 1931, Chap. II et p. 501; *Jahresbericht d. D. M. V.*, **40**, 1931, p. 218.

(2) La démonstration de ce théorème est sous presse dans les *Ergebnisse e. mathem. Kolloquiums*, **7**. Voir aussi cahier **6**, p. 29.

GÉOMÉTRIE. — *Une géométrie métrique duale, fondée sur les espaces de Cartan généralisés.* Note [1] de M. **P. Rachevsky**, présentée par M. Élie Cartan.

1. *Objet de généralisation.* — Considérons une multiplicité de repères à trois dimensions dans un plan elliptique (ou hyperbolique), rapportés à des paramètres x, y, z. Prenons pour repère $R(x, y, z)$ un point M avec une direction m en ce point.

Construisons dans la multiplicité x, y, z des formes différentielles linéaires $\underset{0}{\omega}, \underset{1}{\omega}, \underset{2}{\omega}$ de façon qu'en passant à un R infiniment voisin :

$\underset{0}{\omega} = 0$ signifie que le point M se déplace dans la direction m;
$\underset{1}{\omega}$ exprime la grandeur de ce déplacement de M pour $\underset{0}{\omega} = 0$;
$\underset{2}{\omega}$ exprime l'angle de rotation de m sous la même condition.

Toutes ces définitions laissent arbitraires l'unité de longueur et l'unité d'angle.

D'après leur définition même, $\underset{0}{\omega}, \underset{1}{\omega}, \underset{2}{\omega}$ sont données, à la transformation près,

$$(1) \qquad \underset{0}{\omega} \to \lambda_0 \underset{0}{\omega}, \qquad \underset{1}{\omega} \to \underset{1}{\omega} + \lambda_1 \underset{0}{\omega}, \qquad \underset{2}{\omega} \to \underset{2}{\omega} + \lambda_2 \underset{0}{\omega},$$

où $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ sont des fonctions arbitraires de x, y, z.

Il est toujours possible de normaliser les formes $\underset{0}{\omega}, \underset{1}{\omega}, \underset{2}{\omega}$ de façon qu'elles satisfassent aux équations de structure

$$(2) \qquad \underset{0}{\omega}' = [\underset{1}{\omega}\underset{2}{\omega}], \qquad \underset{1}{\omega}' = K_2[\underset{2}{\omega}\underset{0}{\omega}], \qquad \underset{2}{\omega}' = -K_1[\underset{1}{\omega}\underset{0}{\omega}],$$

où K_1 et K_2 sont des constantes qui dépendent de l'unité de longueur et de l'unité d'angle.

2. *Système bimétrique.* — Soient données, dans une multiplicité x, y, z, des formes $\underset{0}{\omega}, \underset{1}{\omega}, \underset{2}{\omega}$ arbitraires définies à une transformation (1) près.

Si le long d'une multiplicité, $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, $\underset{0}{\omega}$ s'annule identiquement $\left(\underset{0}{\omega} = 0\right)$, *nous appellerons cette multiplicité une courbe ;* sous

[1] Séance du 21 octobre 1935.

les conditions du paragraphe 1, les repères enveloppent en effet en ce cas une courbe.

Introduisons, le long de chaque courbe, deux formules fondamentales pour mesurer les distances :

(3) $$ds_1 = \underset{1}{\omega}$$

(avec les hypothèses du paragraphe 1, ce sont les longueurs),

(4) $$ds_2 = \underset{2}{\omega}$$

(avec les hypothèses du paragraphe 1, ce sont les angles).

Examinons la métrique (3) indépendamment de (4); introduisons-y d'abord la notion des lignes nulles, c'est-à-dire des courbes le long desquelles $\underset{1}{\omega} = 0$. Ensuite, à l'aide de (1) et d'une transformation convenable des coordonnées x, y, z, on peut parvenir aux relations

$$\underset{0}{\omega} = dy - z\,dx; \quad ds_1 = \underset{1}{\omega} = L_1(x, y, z)\,dx.$$

Ainsi, avec des coordonnées spéciales, on a, le long des courbes,

$$\underset{0}{\omega} = dy - z\,dx, \qquad z = \frac{dy}{dx},$$

et la formule pour mesurer les distances

$$ds_1 = L_1(x, y, z)\,dx = L_1\left(x, y, \frac{dy}{dx}\right)dx$$

est identique à celle de Finsler. Par conséquent, en partant de la métrique ds_1, on peut mesurer (d'après la géométrie de Finsler) l'*angle* $d\theta_1$ que font deux *géodésiques*, c'est-à-dire deux extrémales, tangentes à une courbe en deux points infiniment voisins. Le long de chaque courbe, $d\theta_1$ s'exprimera par une certaine forme linéaire en dx, dy, dz :

(5) $$d\theta_1 = \underset{1}{\tilde{\omega}},$$

qui sera aussi définie à un terme $+ \tilde{\lambda}_1 \underset{0}{\omega}$ près.

On peut procéder de même pour la métrique (4) en passant à des coordonnées spéciales différentes, bien entendu, et en posant

(6) $$d\theta_2 = \underset{2}{\tilde{\omega}}.$$

En normalisant $\underset{0}{\omega}, \underset{1}{\omega}, \underset{2}{\omega}$, on peut obtenir les équations de structure généralisées sous la forme

$$(7)\quad \begin{cases} \underset{0}{\omega}' = \left[\underset{1}{\omega}\underset{2}{\omega}\right] + P_2\left[\underset{2}{\omega}\underset{0}{\omega}\right] + P_1\left[\underset{1}{\omega}\underset{0}{\omega}\right], \\ \underset{1}{\omega}' = \quad K_2\left[\underset{2}{\omega}\underset{0}{\omega}\right] + Q_1\left[\underset{1}{\omega}\underset{0}{\omega}\right], \\ \underset{2}{\omega}' = -K_1\left[\underset{1}{\omega}\underset{0}{\omega}\right] - Q_2\left[\underset{2}{\omega}\underset{0}{\omega}\right], \end{cases}$$

où les coefficients sont des fonctions de x, y, z. Le sens géométrique de ces coefficients s'explique par les formules

$$d\theta_1 = \frac{K_2\,ds_2 + Q_1\,ds_1}{\sqrt{K_2}}, \qquad d\theta_2 = \frac{K_1\,ds_1 + Q_2\,ds_2}{\sqrt{K_1}} \quad (^1).$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un opérateur fonctionnel et sur la généralisation des polynomes de Legendre.* Note [2] de M. **A. Kharadzé.**

D'après le théorème de Grace-Heawood, la dérivée de tout polynome du troisième degré, s'annulant pour $z = \pm 1$, a une racine de module inférieur ou égal à $1/\sqrt{3}$. Pour les polynomes réels, la dérivée a donc une racine dans l'intervalle $(-1/\sqrt{3},\ 1/\sqrt{3})$.

M. P. Montel a montré [3] que, si un polynome réel de degré inférieur ou égal à n s'annule pour $z = \pm 1$, sa dérivée a toujours un zéro réel dans l'intervalle $[-\theta(n), \theta(n)]$ intérieur à l'intervalle $(-1, 1)$.

M. L. Tschakaloff précisa ce résultat [4] de la manière suivante : pour les polynomes réels de degré au plus égal à $2m$ (ou à $2m-1$), le nombre $\theta(2m) = \theta(2m-1)$ coïncide avec la plus grande racine du polynome $P_m(z)$ de Legendre; l'intervalle $(-\theta, \theta)$ est minimal.

Dans cette Note nous donnons quelques généralisations des résultats précédents. En utilisant un opérateur fonctionnel analogue à l'intégrale définie, nous généralisons le théorème de Grace-Heawood; en généralisant les polynomes de Legendre, nous obtenons un résultat analogue à celui de M. Tschakaloff.

---

(1) Ce système géométrique a été traité par M. Cartan d'un autre point de vue, pour le cas particulier où $ds_2 \equiv d\theta_1$ (et $Q_1 = P_1 = 0$, $K_2 = 1$) (*Mathematica*, 4, 1930, p. 114-136).

(2) Séance du 24 juin 1935.

(3) *Bull. de la Soc. math. Fr.*, 58, 1930, p. 105.

(4) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 32.

1. Soit α une racine primitive de l'équation $\zeta^k = 1$ et soit $\mathcal{F}(z)$ une primitive de $f(z)$. Considérons l'opérateur linéaire suivant :

$$I_b^{(k)} f(z)\,dz = \mathcal{F}(b) + \alpha^{k-1}\mathcal{F}(\alpha b) + \ldots + \alpha\,\mathcal{F}(\alpha^{k-1} b).$$

Si $k=2$, nous avons $I_b^{(2)} = \int_{-b}^{b} = \mathcal{F}(b) - \mathcal{F}(-b)$. Pour la simplicité, supposons $b=1$; nous aurons le théorème :

Si $f(z)$ est un polynome de degré $(k+1)$, satisfaisant aux conditions $f(\alpha^s)=0$ $[s=0, 1, \ldots, (k-1)]$, la dérivée $f'(z)$ a un zéro de module inférieur ou égal à $1/\sqrt[k]{k+1}$.

Pour $k=2$, nous avons le théorème de Grace-Heawood pour un polynome du troisième degré.

D'un autre côté, par application d'un opérateur analogue,

$$J_1^{(k)} = \mathcal{F}(1) + \alpha\,\mathcal{F}(\alpha) + \ldots + \alpha^{k-1}\,\mathcal{F}(\alpha^{k-1}),$$

nous obtenons une autre proposition concernant les racines des dérivées d'ordres supérieurs :

Si le polynome de degré $(2k-1)$ satisfait aux conditions $f(\alpha^s)=0$ $[s=0, 1, \ldots, (k-1)]$, la dérivée d'ordre $(k-1)$ a une racine de module inférieur ou égal à $\dfrac{1}{\sqrt[k]{\binom{2k-1}{k}}}$.

Pour $k=2$, nous avons de nouveau le théorème de Grace-Heawood.

2. Revenons à l'opérateur (1) et posons le problème suivant : *trouver le polynome $Q_n(z)$ de degré n, tel que*

$$I_1^{(k)}\,Q_n(z)\,\varphi(z)\,dz = 0$$

pour tous les polynomes $\varphi(z)$ de degré au plus égal à $(n-1)$.

Si n n'est pas de la forme km ou $km+1$, $Q_n(z)$ est identiquement nul; si $n=km$ ou $km+1$, les polynomes cherchés sont

$$Q_{km}(z) = \frac{1}{k^{2m}(2m)!}\,D_{(k)}^{km}(z^k-1)^{2m},$$

$$Q_{km+1}(z) = \frac{1}{k^{2m+1}(2m+1)!}\,D_{(k)}^{km+k-1}(z^k-1)^{2m+1},$$

où $D_{(k)}^n$ est l'opérateur défini par l'égalité

$$D_{(k)}^n f = \ldots \frac{d^2}{dz^2}\,\frac{1}{z^{k-2}}\,\frac{d^2}{dz^2}\,\frac{1}{z^{k-2}}\,\frac{d}{dz}\,f,$$

n désigne ici le nombre total de toutes les dérivations et de toutes les divisions par z. Pour $k=2$, on obtient les polynomes de Legendre.

3. Prenons le plan des points correspondant aux racines de l'équation $\xi^k - 1 = 0$ et réunissons-les à l'origine par des rayons. Nous obtenons un *faisceau* discret de segments. Désignons l'ensemble des valeurs de la variable sur le *faisceau* par $[\alpha, \alpha^2, \ldots, \alpha^{k-1}, 1]$; pour $k=2$, $[-1, 1]$ est l'intervalle $(-1, 1)$.

On peut prouver que les polynomes $Q_n(z)$ ont des racines simples, symétriquement disposées sur le *faisceau* $[\alpha, \alpha^2, \ldots, \alpha^{k-1}, 1]$.

Soit θ la plus grande racine positive de polynome $Q_n(z)$ $(n = km$ ou $km+1)$; alors les nombres $\theta, \alpha\theta, \ldots, \alpha^{k-1}\theta$ définissent un nouveau *faisceau* $[\alpha\theta, \alpha^2\theta, \ldots, \alpha^{k-1}\theta, \theta]$, intérieur et symétrique par rapport au *faisceau* initial.

On peut démontrer que : *pour la famille* $\{f(z)\}$ *des polynomes réels, au plus de degré* $2n$, *dont la dérivée prend des valeurs réelles sur le faisceau* $[\alpha, \alpha^2, \ldots \alpha^{k-1}, 1]$, *il existe une racine de l'équation*

$$f(1) + \alpha^{k-1} f(\alpha) + \ldots + \alpha f(\alpha^{k-1}) = k f'(\xi),$$

sur le faisceau $[\alpha\theta, \alpha^2\theta, \ldots, \alpha^{k-1}\theta, \theta]$.

Pour $k=2$, nous avons le théorème des accroissements finis avec les précisions de M. Tschakaloff.

Remarquons enfin que le polynome $Q_n(z)$ satisfait à l'équation

$$\frac{d}{dz}\left[\frac{z^k - 1}{z^{k-2}} \frac{dw}{dz}\right] = n(n+1)w,$$

si $n = km$; et à l'équation

$$\frac{d}{dz}\left[(z^k - 1) \frac{dw}{dz}\right] = n(n+k-1)z^{k-2}w,$$

si $n = km+1$. Pour $k=2$, elles coïncident avec l'équation de Legendre.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Problèmes des types de Dirichlet et de Neumann dans certains cas où les données sont discontinues.* Note de M. **Georges Giraud.**

Soit $\omega_0(t)$ une fonction croissante, définie pour toute valeur positive de t. On suppose que $\omega_0(t)\log t/t$ est sommable dans l'intervalle $(0, 1)$; cela équivaut à supposer que les fonctions

$$\omega_1(x) = \int_0^x \frac{\omega_0(t)}{t}\,dt, \qquad \omega_2(x) = \int_0^x \frac{\omega_1(t)}{t}\,dt$$

existent pour toute valeur positive de x.

Soit φ une fonction d'un certain nombre de variables, qui sont regardées comme les coordonnées cartésiennes d'un point. Conformément à nos définitions antérieures [1], nous disons que φ remplit une condition de Dini si, quels que soient les points X et Y, dont la distance est L, on a

$$|\varphi(X)-\varphi(Y)|<Q\,\omega_1(L),$$

où Q est une constante positive.

Considérons, dans l'espace euclidien à m dimensions ($m\geqq 2$), l'ensemble $\mathfrak{M}_m$ d'un nombre fini de points, et les variétés closes $\mathfrak{M}_n$ à $m-n$ dimensions ($n=1, 2, \ldots, m-1$). On suppose que $\mathfrak{M}_n$ peut être recouvert par un nombre fini de régions, telles que, dans chaque région, les coordonnées d'un point courant puissent être exprimées en fonctions continues et continûment dérivables de $m-n$ paramètres, variables dans un champ borné, et chaque point de $\mathfrak{M}_n$ est *intérieur* à au moins une région; les jacobiens d'ordre $m-n$ ne doivent s'annuler simultanément nulle part; en outre on suppose que les dérivées des coordonnées d'un point de $\mathfrak{M}_1$ (et non des autres $\mathfrak{M}_n$) remplissent des conditions de Dini. Nous entendons par $r_n(X)$ la distance du point X à $\mathfrak{M}_n$ ($n=1, 2, \ldots, m$).

Dans l'espace euclidien à m dimensions, soit $\mathcal{D}$ un domaine borné, dont la frontière $\mathcal{S}$ remplit les mêmes conditions que $\mathfrak{M}_1$; on suppose que $\mathcal{S}$ n'a aucun point singulier. Soient $a_{\alpha,\beta}(X)$ (α, $\beta=1, 2, \ldots, m$; $\alpha_{\alpha,\beta}=a_{\beta,\alpha}$) des fonctions d'un point de $\mathcal{D}+\mathcal{S}$; nous supposons que ces fonctions remplissent des conditions de Dini, et que la forme quadratique $\Sigma_{\alpha,\beta}a_{\alpha,\beta}(X)z_\alpha z_\beta$ est toujours définie et positive. Soient $b_\alpha(X)$ ($\alpha=1, 2, \ldots, m$), $c(X)$ et $f(X)$ des fonctions continues en tout point de $\mathcal{D}+\mathcal{S}-\Sigma_n\mathfrak{M}_n$, et telles qu'on ait

$$|b_\alpha|<Q\left[\frac{\omega_0(r_1)}{r_1}+\Sigma_{n\geqq 2}\frac{\omega_1(r_n)}{r_n}\right],$$

$$|c|<Q\left[\frac{\omega_0(r_1)}{r_1}+\frac{\omega_0(r_2)}{r_2^2}+\Sigma_{n\geqq 3}\frac{\omega_1(r_n)}{r_n^2}\right],$$

$$|f|<Q\left[\frac{\omega_0(r_1)}{r_1}+\Sigma_{n\geqq 2}\frac{\omega_1(r_n)}{r_n^n}\right].$$

Nous pouvons considérer, en dehors des $\mathfrak{M}_n$, l'équation

$$\mathcal{F}u=\Sigma_{\alpha,\beta}\,a_{\alpha,\beta}\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha\,\partial x_\beta}+\Sigma_\alpha b_\alpha\frac{\partial u}{\partial x_\alpha}+cu=f. \tag{1}$$

---

[1] *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1001 à 1003. Le dernier paragraphe de cette Note et son renvoi en bas de page sont à supprimer.

Il est possible de généraliser pour cette équation les problèmes des types de Neumann et de Dirichlet. Pour chaque type de problèmes, la fonction u cherchée doit être définie dans $\mathcal{D} + \mathcal{S}$, et elle doit y remplir les conditions suivantes : 1° en tout point de $\mathcal{D} - \Sigma_n \mathfrak{M}_n$, l'équation (1) doit être satisfaite, au moins quand on la prend au sens généralisé (*loc. cit.*); 2° u doit être continu en tout point de $\mathcal{D} + \mathcal{S} - \Sigma_{n\geq 2} \mathfrak{M}_n$; 3° les dérivées de u doivent êtres continues en tout point de $\mathcal{D} - \Sigma_{n\geq 2} \mathfrak{M}_n$; 4° le quotient de u par $-\log r_2 + \Sigma_{n\geq 3} r_n^{2-n}$ doit tendre vers zéro quand cette dernière quantité augmente indéfiniment.

A cela nous devons ajouter une condition à la frontière. Dans le type de Dirichlet, nous assujettissons u à s'annuler en tout point de $\mathcal{S} - \Sigma_{n\geq 2} \mathfrak{M}_n$. Dans le type de Neumann, on donne sur $\mathcal{S}$ deux fonctions ψ et φ, continues en tout point de $\mathcal{S} - \Sigma_{n\geq 2} \mathfrak{M}_n$, et telles qu'on ait

$$|\psi| < Q\left[\frac{\omega_0(r_2)}{r_2} + \Sigma_{n\geq 3}\frac{\omega_1(r_n)}{r_n}\right], \qquad |\varphi| < Q\,\Sigma_{n\geq 2}\frac{\omega_1(r_n)}{r_n^{n-1}};$$

en tout point de $\mathcal{S} - \Sigma_{n\geq 2} \mathfrak{M}_n$, on doit avoir

$$\Theta u = \Sigma_{\alpha,\beta}\, a_{\alpha,\beta}\, \varpi_\beta \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} + \psi u = \varphi,$$

au moins si l'on entend Θu dans un sens généralisé; les ϖ_β sont les cosinus directeurs de la normale. Comme dans les cas considérés dans des publications antérieures [1], ces problèmes équivalent à certaines équations intégrales, pour lesquelles on démontre que les théorèmes de Fredholm sont valables. On traite de même les problèmes analogues, relatifs à des domaines pris sur une variété, ou relatifs à la totalité d'une variété close [2].

Ces considérations permettent notamment de perfectionner un résultat annoncé récemment, qui est relatif aux solutions fondamentales de certaines équations du type elliptique [3].

Pour le type de Dirichlet, des hypothèses supplémentaires permettent d'employer les potentiels de double couche; ce procédé permet d'assigner à u, sur $\mathcal{S}$, des valeurs données, continues sans plus, et d'aborder même des cas plus généraux. Il en est ainsi, notamment, dans le cas où les $\partial a_{\alpha,\beta}/\partial x_\beta$ existent et sont, ainsi que c, continus dans $\mathcal{D} + \mathcal{S}$, et où en outre

---

(1) *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 885 à 887.

(2) *Annales de la Société polonaise de mathématiques*, **12**, 1933, p. 35 à 54, spécialement Chapitre I.

(3) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1651 à 1653.

chaque $b_\alpha - \Sigma_\beta \partial a_{\alpha,\beta}/\partial x_\beta$ est la somme d'une fonction dont la dérivée par rapport à x_α existe et est continue dans $\mathcal{D} + \mathfrak{S}$, et d'une fonction qui remplit une condition de Dini; on démontre en effet que les fonctions précédemment nommées *solutions fondamentales principales*, peuvent alors être dérivées deux fois de suite, dont une fois par rapport à chacun des deux points [1].

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des propriétés caractéristiques de certaines surfaces analytiques.* Note de M. **Pierre Boos**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Nous avons indiqué [2] une propriété caractéristique des surfaces de révolution obtenue par la considération de l'aire découpée dans la surface par un plan sécant qui pivote autour d'un point régulier convexe fixe O de cette surface. D'autres éléments de la figure, formée par le plan sécant et la calotte qu'il découpe, permettent de caractériser la surface analytique sur laquelle se trouve le point O; en particulier il est très intéressant d'étudier le volume compris entre le plan et la surface, car cet élément se conserve par des transformations affines.

2. Ces études nous ont conduit à envisager les surfaces déduites d'une surface de révolution par une transformation affine. On peut engendrer ces surfaces en soumettant une courbe aux transformations affines, de déterminant égal à 1, qui forment un groupe continu, maintiennent invariants tous les points d'une droite D et sont telles que les trajectoires des différents points de l'espace sont des ellipses situées dans des plans parallèles à un plan P, et il est naturel d'appeler ces surfaces *surfaces de révolution affine autour de la droite* D *parallèlement au plan* P.

3. Par un procédé analogue à celui indiqué précédemment [2] nous avons pu démontrer que si le volume compris entre un plan sécant et la calotte qu'il découpe ne dépend que du produit de la tangente λ de l'angle des plans sécant et tangent en O par une fonction de l'angle α de la trace du plan sécant avec une direction fixe du plan tangent, la surface est de révolution affine autour de la normale en O parallèlement au plan

---

[1] Ce dernier résultat semble inédit, même pour le cas où $\omega_0(t)$ se réduit à une puissance de t.

[2] *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1898.

tangent. Si la fonction de α est une constante, la surface est de révolution (au sens ordinaire).

4. Plus généralement nous avons établi que *s'il existe une droite* D, *passant par un point régulier convexe* O *d'une surface analytique, telle que les volumes compris entre la surface et des plans sécants passant par* O *ne dépendent que de la distance du point* O *au point d'intersection de la droite* D *avec le plan tangent parallèle au plan sécant, la surface est de révolution affine autour de la droite* D *parallèlement au plan tangent en* O. Les plans sécants envisagés forment une suite continue (ainsi d'ailleurs qu'au n° 3) telle que l'angle des plans sécant et tangent en O appartienne à un intervalle non nul comprenant zéro.

Pour démontrer cette propriété nous rapportons la surface à deux axes rectangulaires du plan tangent en O et à la droite D (qui n'est pas nécessairement normale à la surface); l'équation de la surface est de la forme

$$z = a(x^2 \sin^2 \varphi + y^2 \cos^2 \varphi) + \Sigma P_n(x \sin \varphi, y \cos \varphi), \tag{1}$$

en désignant par $P_n(x \sin \varphi, y \cos \varphi)$ le polynome homogène contenant tous les termes de degré n qui figurent dans (1). Soit $-a\mu^2$ la cote du point d'intersection de D avec un plan Q tangent à la surface en un point du plan $y = x \operatorname{tang} \beta \operatorname{tang} \varphi$ (β arbitraire), nous cherchons la condition nécessaire et suffisante pour que le volume V, compris entre la surface et le plan parallèle à Q mené par O, soit indépendant de β quel que soit μ. Il suffit pour cela que (1) contienne seulement des puissances de $x^2 \sin^2 \varphi + y^2 \cos^2 \varphi$ (donc que la surface soit de révolution affine autour de D). Nous supposons que tous les polynomes P d'indice inférieur à n sont des puissances de $x^2 \sin^2 \varphi + y^2 \cos^2 \varphi$ et nous déterminons le polynome P_n en exprimant que le coefficient de μ^{n+2} dans le développement de V est indépendant de β; nous obtenons ainsi la condition nécessaire :

$$P_n(\cos u, \sin u) \equiv a_0 + A \cos nu + B \sin nu,$$

a_0, A, B arbitraires, a_0 nul si n est impair. Donc d'après ce terme P_n n'est pas nécessairement conforme à la condition suffisante.

On peut déterminer de proche en proche les polynomes P_n d'indice supérieur à n pour que les puissances de μ supérieures à la $(n+2)^{\text{ième}}$ aient dans V des coefficients indépendants de β, ces polynomes dépendent de A et B; mais lorsqu'on envisage le coefficient de μ^{2n} cette détermination est impossible si A et B ne sont pas tous deux nuls. Donc finalement P_n doit se réduire à la forme prévue par la condition suffisante.

5. La recherche directe du polynome P sous la forme $\Sigma a_j x^j y^{n-j}$ semble difficile. Par comparaison avec le procédé utilisé nous obtenons entre les coefficients du binome des relations qui généralisent celles déjà données (*loc. cit.*); par exemple dans deux cas particuliers, on a

$$n = \frac{C_{2n+1}^{n}}{2^{n-1}} \sum_{q=0}^{E\left(\frac{n-1}{2}\right)} (-1)^q C_n^{2q+1} \frac{C_n^{q+1}}{C_{2n+1}^{2q+2}}, \qquad n+2 = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{q=0}^{E\left(\frac{n}{2}\right)} (-1)^q C_n^q C_{2n+1-2q}^{n+1}.$$

6. En résumé, la recherche de surfaces telles que certaines fonctions de deux variables (attachées à une figure construite à partir de la surface), aient des formes analytiques simples, nous a conduit seulement à des surfaces possédant un groupe continu de transformations en elles-mêmes. Ce résultat doit être rapproché de ceux obtenus dans l'étude des courbes tracées sur une surface (¹), des courbes gauches d'un espace non-euclidien de courbure constante (¹), des courbes planes ou gauches en géométrie affine (ces derniers seront publiés prochainement) : *la simplicité de la structure des fonctions de deux variables étudiées semble liée à l'existence d'un groupe continu de transformations en elles-mêmes pour les courbes ou les surfaces.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur deux fonctions attachées à une fonction sommable et leur application à la limite des intégrales de Lebesgue.* Note de M. **Paul Flamant**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Soit $\varphi(x)$ une fonction non négative sommable sur un ensemble fini mesurable $\mathcal{E}$; son intégrale est la limite de celle de cette fonction tronquée supérieurement à une valeur u quand u tend vers $+\infty$. Cela conduit à considérer l'expression

$$f(\varphi;\, u) = \int_{\mathcal{E}(\varphi > u)} (\varphi - u)\, dx.$$

La répartition des valeurs de x en trois ensembles au moyen des inégalités $\varphi(x) \leqq a$, $a < \varphi(x) < b$, $\varphi(x) \geqq b$, $(a < b)$ permet d'établir aisément la double inégalité

$$-m\mathcal{E}(\varphi > a) \leqq \frac{f(\varphi;\, b) - f(\varphi;\, a)}{b-a} \leqq -m\mathcal{E}(\varphi \geqq b).$$

(¹) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1623 et 2271.

On en conclut que $f(\varphi; u)$ est une fonction décroissante, convexe de u, dont les dérivées sont $-m\mathcal{E}(\varphi \geqq u)$ à gauche et $-m\mathcal{E}(\varphi > u)$ à droite de l'abscisse u. Soit C la courbe représentative $v = f(\varphi; u)$.

2. La continuité absolue de l'intégrale conduit à considérer la borne supérieure des intégrales de φ sur tous les sous-ensembles de mesure donnée t, soit $g(\varphi; t)$. L'ensemble $\mathcal{E}'$ de mesure t où φ prend les plus grandes valeurs est la réunion d'un $\mathcal{E}(\varphi > a)$ et d'une partie de $\mathcal{E}(\varphi = a)$; il correspond à une tangente ou paratingente T de pente $-t$ à la courbe C, a est l'abscisse du point de contact;

$$\int_{\mathcal{E}'} \varphi\, dx = \int_{\mathcal{E}'} (\varphi - a)\, dx + \int_{\mathcal{E}'} a\, dx = f(\varphi; a) + at$$

est l'ordonnée à l'origine de T. La courbe Γ représentant $z = g(\varphi; t)$ s'obtient en transformant C par polaires réciproques par rapport à la parabole $u^2 - 2v = 0$, puis en effectuant une symétrie par rapport à l'origine.

3. Les propriétés de cette transformation que j'ai déjà utilisée [1] permettent d'affirmer que z est fonction croissante, concave de t et tend vers zéro avec t, ce qui établit par une voie nouvelle la continuité absolue de l'intégrale. En outre, si C est au-dessous d'une courbe C_0 de même nature, Γ est au-dessous de la transformée Γ_0 et réciproquement.

Une famille de fonctions φ sera dite *également sommable* si les $f(\varphi; u)$ sont toutes moindres qu'une même fonction $F(u)$ tendant vers zéro pour u infini, fonction qu'on peut supposer décroissante et convexe. De même l'*égale continuité absolue* des intégrales de Lebesgue, introduite par G. Vitali [2] a lieu lorsque les $g(\varphi; t)$ sont toutes moindres qu'une même fonction $G(t)$ tendant vers zéro avec t; on peut la supposer croissante et concave. On voit alors qu'*il y a équivalence entre l'égale sommabilité des fonctions et l'égale continuité absolue des intégrales.*

Pour des fonctions de signe quelconque, on peut poser

$$f(\varphi; u) = f(|\varphi|; u); \qquad g(\varphi; t) = g(|g|; t),$$

et dire que les conditions sont satisfaites si elles le sont pour la famille des valeurs absolues.

4. Ces notions m'ont conduit au théorème suivant : *Dans une famille de*

---

(1) *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, **52**, 1928, 1re partie, p. 79.

(2) *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, **23**, 1907, p. 139.

fonctions également sommables ou dont les intégrales ont l'égale continuité absolue, si une suite $\{\varphi_n\}$ *converge en mesure vers la fonction* φ, *cette dernière participe à l'égale sommabilité et son intégrale à l'égale continuité absolue, et l'on a sur tout sous-ensemble mesurable* $\mathcal{G}$ *de l'ensemble* $\mathcal{E}$

$$\int_{\mathcal{G}} \varphi\, dx = \lim_{n \to \infty} \int_{\mathcal{G}} \varphi_n\, dx.$$

Ainsi la convergence en mesure peut être substituée à la convergence en chaque point dans le théorème de G. Vitali (*loc. cit.*) pour les fonctions sommables comme elle l'a été dès sa définition par M. F. Riesz [1] dans le théorème de M. Lebesgue pour les fonctions mesurables bornées.

5. Le résultat suivant :

Les théorèmes sur la limite d'une somme et d'un produit s'appliquent à la convergence en mesure des fonctions mesurables finies presque partout; il en est de même pour la limite d'un quotient quand les fonctions diviseurs sont presque partout différentes de zéro,

permet aisément de voir que :

Pour des fonctions de carrés également sommables, la convergence en mesure et la convergence en moyenne sont équivalentes.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une fonction harmonique liée à un ensemble fermé quelconque de points de l'espace.* Note de M. **F. Leja**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soient E un ensemble fermé et borné de points de l'espace à trois dimensions et $p_0, p_1, \ldots, p_n$, n points différents quelconques appartenant à E. Désignons par pq la distance cartésienne de deux points quelconques p et q et posons, pour $n \geqq 2$,

$$\vartheta(p_1, p_2, \ldots, p_n) = \sum_{1 \leqq j < k \leqq n} \frac{1}{p_j p_k}.$$

La fonction $\vartheta(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ atteint dans l'ensemble E un minimum qui sera désigné par ϑ_n. MM. G. Pólya et G. Szegö [2] ont démontré que la suite

$$\binom{n}{2} : \vartheta_n \qquad (n = 2, 3, \ldots)$$

---

(1) *Comptes rendus*, **148**, 1909, p. 1303.

(2) G. Pólya et G. Szegö, *Journal f. Math.*, **165**, 1931, p. 4-49.

tend toujours vers une limite, appelée par eux le *diamètre transfini* $d(E)$ de l'ensemble E, et que cette limite est égale à la *capacité* du conducteur formé des points de E ([1]).

2. Désignons par

$$(1) \qquad p_1^{(n)}, \quad p_2^{(n)}, \quad \ldots, \quad p_n^{(n)}$$

n points de E, tels qu'on ait

$$\mathcal{V}_n = \mathcal{V}(p_1^{(n)}, \ldots, p_n^{(n)}) = \min_{(E)} \mathcal{V}(p_1, \ldots, p_n),$$

et formons la fonction du point variable u que voici :

$$(2) \qquad H_n(u) = \frac{1}{n}\left[\frac{1}{up_1^{(n)}} + \frac{1}{up_2^{(n)}} + \ldots + \frac{1}{up_n^{(n)}}\right].$$

En faisant varier n, on obtient une suite des fonctions

$$(3) \qquad H_2(u), \quad H_3(u), \quad \ldots, \quad H_n(u), \quad \ldots,$$

dont chacune est harmonique dans l'espace entier à l'exception des points correspondants (1).

Désignons par D le plus grand domaine connexe n'ayant pas des points communs avec E et s'étendant vers l'infini. Il est clair que toutes les fonctions (3) sont harmoniques dans D. Or on peut démontrer ce que voici :

Si le diamètre $d(E)$ *est positif :* 1° *la suite* (3) *tend en dehors de* E *et, en particulier, dans le domaine* D *vers une limite finie*

$$(4) \qquad H_n(u) \to H(u) \quad \text{pour} \quad n \to \infty;$$

2° *la convergence est uniforme dans chaque domaine fermé et borné extérieur à* E.

La démonstration de ce théorème étant assez longue je me borne à indiquer deux lemmes sur lesquels elle peut être basée. Considérons $n+1$ points différents quelconques $p_0, p_1, \ldots, p_n$ de l'ensemble E et posons

$$G_n^{(j)} = (u; p) = \frac{1}{n}\left[\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{1}{p_j p_k} - \frac{1}{up_k}\right)\right] \quad (k \neq j),$$

$$G_n(u) = \min_{(p_\nu \in E)}\left\{\max_{(j)} G_n^{(j)}(u; p)\right\}.$$

([1]) On doit à M. Szegö un résultat analogue concernant les ensembles plans (*Math. Zeitschr.*, 21, 1924, p. 203-208).

Par définition, $G_n(u)$ est la borne inférieure de la plus grande des valeurs $G_n^{(j)}(u; p)$ $(j = 0, 1, \ldots, n)$, lorsque u étant fixe les points $p_0, p_1, \ldots, p_n$ parcourent l'ensemble E. On démontre que, quels que soient les entiers m et $n = 1, 2, \ldots$, on a, en chaque point u,

$$(m+n)\, G_{m+n}(u) \geqq m\, G_m(u) + n\, G_n(u),$$

d'où l'on conclut que, quel que soit u, il existe la limite

$$(5) \qquad G_n(u) \to G(u) \quad \text{pour} \quad n \to \infty.$$

Pareillement, on peut prouver que, si l'on pose

$$\delta_n^{(j)}(p) = \frac{1}{n}\left[\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{p_j p_k}\right] \qquad (k \neq j),$$

$$\delta_n = \min_{(p_\nu \in E)} \left\{ \max_{(j)} \delta_n^{(j)}(p) \right\},$$

la suite $\{\delta_n\}$ tend vers une limite

$$(6) \qquad \delta_n \to \delta \quad \text{pour} \quad n \to \infty.$$

Or notre théorème peut être déduit des lemmes (5) et (6) [1].

3. La fonction-limite $H(u)$ jouit des propriétés remarquables que voici : D'abord il est facile à voir qu'elle est harmonique dans le domaine D et que

$$\lim H(u) = 0 \quad \text{pour} \quad u \to \infty.$$

D'autre part, on peut prouver que, si u tend vers la frontière de D en restant dans ce domaine et si E est un ensemble convexe, on a

$$(7) \qquad \lim H(u) = \delta = \frac{1}{d(E)}.$$

Il est très probable que la propriété (7) reste vraie dans des cas où E est un ensemble beaucoup plus général.

---

[1] On trouvera un raisonnement analogue dans mon travail sur les ensembles fermés plans (*Ann. de la Soc. polon. de Mathém.*, 12, 1934, p. 57-71).

ÉLASTICITÉ. — *Sur les équations d'équilibre des surfaces minces.* Note de M. **Léon Beschkine**, présentée par M. Émile Jouguet.

I. Soit une membrane $z = f(x, y)$ (axes rectangulaires); X, Y, Z les composantes des forces extérieures par unité de surface projetée; ν_1 et ν_2 les composantes (prises pour l'épaisseur de la membrane) des contraintes projetées, parallèles respectivement à Ox, Oy, agissant sur des unités de section projetées, parallèles respectivement à Oy, Ox; τ la composante parallèle à xOz (ou yOz) de la contrainte agissant sur l'unité de section parallèle à xOz (ou yOz). Par ailleurs, nous adoptons les notations classiques de la théorie des surfaces.

Posant

$$X = \frac{\partial\xi}{\partial x}, \qquad Y = \frac{\partial\eta}{\partial y},$$

$$\nu_1 = \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \xi, \qquad \nu_2 = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \eta, \qquad \tau = -\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial y},$$

la fonction Φ d'Airy relative au problème général des membranes est définie par l'équation

$$(1) \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} = Z - \frac{\partial(\xi p)}{\partial x} - \frac{\partial(\eta q)}{\partial y}.$$

Suivant la nature des conditions aux limites (rives de la surface), le problème est défini par (1) ou nécessite l'introduction des déformations.

Les rives de la surface peuvent être de trois sortes :

1. rives complètes : toute réaction peut être appliquée à la rive ;
2. rives libres : la réaction sur la rive doit être nulle ;
3. rives mixtes : une certaine relation est imposée entre les composantes normale et tangentielle de la réaction sur la rive.

L'étude de l'équation (1) fournit les résultats suivants :

Pour que le problème soit déterminé par (1) seulement :

1° Si la surface est à courbures dans le même sens (problème elliptique), toutes les rives doivent être du type 3.

2° Si la surface est à courbures opposées (problème hyperbolique), d'une manière générale, il faut au moins un élément de rive du type 1 et un élément de rive du type 2, le reste des rives étant du type 3.

Les asymptotiques de la surface sont les caractéristiques de l'équa-

tion (1). Le problème est résolu par l'étude d'un *problème mixte*, très rarement par l'étude d'un problème de Cauchy.

3° Si la surface est développable (problème parabolique), des deux rives rencontrées par une génératrice, l'une doit être du type 1 et l'autre du type 2, ou toutes deux du type 3.

Si le problème est indéterminé (nombre de conditions aux limites insuffisant) il est résolu par application du théorème de Castigliano.

L'expression du potentiel est (e épaisseur de la membrane, ε module d'Young, σ coefficient de Poisson) :

$$\Pi = \int\int_S \frac{1}{\varepsilon e}\Bigg[\sqrt{1+p^2+q^2}(\tau^2-\nu_1\nu_2)(1+\sigma) + \frac{1}{2}\frac{[2\tau pq+\nu_1(1+p^2)+\nu_2(1+q^2)]^2}{\sqrt{1+p^2+q^2}}\Bigg]dx\,dy.$$

La solution générale de (1) répondant aux conditions aux limites (incomplètes) doit rendre π minimum.

II. Surfaces à courbures inverses définies par leurs asymptotiques (u, v); le problème est résolu par les équations suivantes :

Soient :
α l'angle des asymptotiques;
R_1, R_2 leurs rayons de courbure;
F_n la projection sur la normale de la résultante F des forces extérieures par unité de surface;
(F_u, F_v, F_w) les composantes de F suivant les directions asymptotiques et l'intersection w des plans asymptotiques aux lignes de courbure au point considéré;
n_1, n_2, t les composantes unitaires des contraintes appliquées à un parallélogramme (du, dv) et décomposées parallèlement à ses côtés.

On a

$$te = F_n\frac{H^2}{2D'},$$

et, posant

$$\mu_1 = n_1 e\sqrt{G}, \quad \mu_2 = n_2 e\sqrt{E}, \quad \theta_1 = te\sqrt{E}, \quad \theta_2 = te\sqrt{G},$$

on obtient

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial v}+\frac{\partial\mu_1}{\partial u}-\frac{\mu_1}{R_1}\frac{1}{\tang\alpha}+\frac{\mu_2}{R_2}\frac{1}{\sin\alpha}=F_uH,$$

$$\frac{\partial\theta_2}{\partial u}+\frac{\partial\mu_2}{\partial v}-\frac{\mu_2}{R_2}\frac{1}{\tang\alpha}+\frac{\mu_1}{R_1}\frac{1}{\sin\alpha}=F_vH.$$

Dans le cas de surfaces simplement réglées, le problème est résolu par

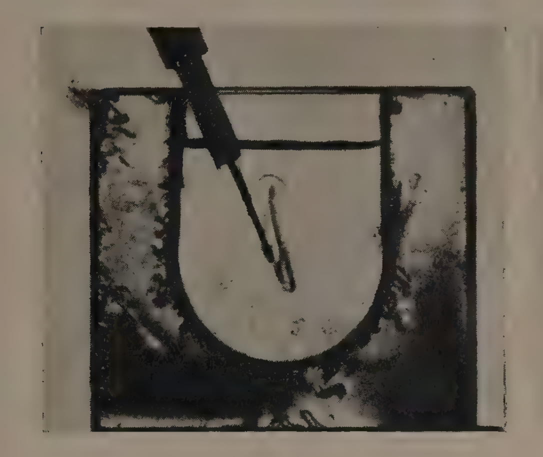


Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 3.



Fig. 4.



Fig. 5.



Fig 6.

intégration d'une équation différentielle du premier ordre et une quadrature.

Dans le cas de surfaces doublement réglées (quadriques) le problème revient à deux quadratures :

$$\mu_1 = \int_a^u \left(F_u H - \frac{\partial \theta_1}{\partial v} \right) du + \lambda'(u), \qquad \mu_2 = \int_b^v \left(F_v H - \frac{\partial \theta_2}{\partial u} \right) dv + \lambda''(u).$$

L'expression du potentiel interne est, dans ce mode de représentation :

$$\Pi = \int\int_S \frac{e}{\varepsilon} \left\{ H(t^2 - n_1 n_2)(1 + \sigma) + \frac{2}{H} \left(tF + \frac{n_1 + n_2}{2} \sqrt{EG} \right)^2 \right\} du\, dv.$$

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur la mise en évidence des faibles différences d'indice dans les milieux liquides et sur leur application à l'étude des mouvements d'eau créés par la nage des Poissons par exemple.* Note de MM. **Antoine Magnan** et **Claude Magnan**, présentée par M. Henri Villat.

Cherchant à étudier les déplacements au sein des liquides et en particulier de l'eau, nous avons à cet effet utilisé la méthode du miroir que A. Magnan avait déjà réalisé et appliqué à la détermination optique des mouvements gazeux (¹).

Pour cela nous nous sommes servis d'une lampe pointolite de 200 bougies placée sur l'axe principal d'un miroir concave et argenté, de 3^m de rayon de courbure et de 30^{cm} de diamètre. Les images étaient reçues par l'objectif d'un cinématographe. La cuve contenant le liquide à examiner était montée sur un support près de la surface réfléchissante du miroir; cette cuve était à faces parallèles et avait comme dimensions : $12^{cm} \times 12^{cm} \times 2^{cm},5$.

Avec ce dispositif, nous avons effectué une série d'expériences avec enregistrements cinématographiques. Quatre d'entre elles feront l'objet de la présente Note.

Nous avons tout d'abord trempé dans la cuve pleine d'eau distillée à 20° C. un fil de platine de $1/200^e$ de millimètre de diamètre et de $1^{cm},5$ de longueur, chauffé par une batterie de 16 volts. A un certain moment, l'image du fil chaud se recouvre d'un bourrelet noir correspondant à la zone d'échange de chaleur entre le fil et l'eau. De ce dernier monte alors

(¹) A. Magnan, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 999.

bientôt une colonne verticale brillante, à aspect laminaire, dont la partie frontale est une parabole à axe vertical et à concavité tournée vers le bas (*fig.* 1 de la planche ci-contre). Cette colonne qui s'élève évidemment d'autant plus vite que la température du fil devient plus grande et finalement atteint la surface de l'eau en conservant sa partie frontale, laquelle s'étale un peu (*fig.* 2), est très sensible aux déplacements du liquide dans son voisinage; elle diffuse facilement dans les régions voisines d'elle sous l'action d'un de ces déplacements et reproduit alors fidèlement les aspects invisibles et d'ensemble du liquide. On peut d'ailleurs régler la température du fil de façon à rendre faible la vitesse ascensionnelle de la colonne d'eau chaude rendue visible et de manière à ce que les mouvements qui se produisent dans le sein de l'eau de la cuve se voient nettement grâce aux filets d'eau chaude.

L'expérience a été étendue au cas de l'écoulement de fluides froids dans une masse liquide à température un peu supérieure.

C'est ainsi que nous avons immergé un petit morceau de glace dans la cuve d'eau à une température de 20°C. Nous avons obtenu par cette opération des phénomènes très brillants et facilement cinématographiables (*fig.*3). On perçoit nettement les filets ou les nappes d'eau froide coulant vers le fond en même temps que les tourbillons qui accompagnent la fusion du bloc irrégulier de glace.

Nous avons cherché aussitôt à utiliser la sensibilité de cette méthode aux faibles différences d'indice pour mettre en évidence les mouvements d'eau au voisinage d'un poisson en nage libre.

Nous avons mis à cet effet une petite espèce de poisson exotique dans l'eau de la cuve dans laquelle était placé à la partie inférieure un fil chaud de 1/200e de millimètre de diamètre. Au moment où l'animal traverse la colonne montante d'eau chaude, les filets de cette dernière entraînés par le déplacement du poisson ou par le mouvement de ses nageoires permettent d'étudier le spectre hydrodynamique dans son voisinage.

Nous nous sommes ainsi rendu compte que les nageoires ventrales projettent de l'eau vers le bas et un peu en arrière (*fig.* 4). La nageoire caudale envoie par contre avec force de l'eau vers l'arrière.

On voit en effet la colonne chaude qui est rabattue par le coup de queue et dont les filets se placent dans le prolongement de l'axe du corps du poisson quand celui-ci avance (*fig.* 5). Au contraire, lorsque le battement de la caudale se produit sur place, il apparaît des tourbillons très nets à l'arrière de l'animal (*fig.* 6).

AÉRODYNAMIQUE. — *Fonctions caractéristiques d'une aile cantilver (résistance en flexion)*. Note de M. **Pierre Ernest-Mercier**, présentée par M. Paul Langevin.

Nous nous limitons au cas usuel où les bords de chaque demi-aile sont rectilignes, et où la surface de l'aile est une surface réglée obtenue en joignant les points homologues de deux profils correspondant respectivement à la section encastrée et à la section terminale de ladite demi-aile.

La demi-aile est alors caractérisée par ses deux profils extrêmes et en plan, par la convergence de ses bords. Cette convergence peut être définie par un paramètre t sans dimension, égal au rapport de l'envergure de la demi-aile à la distance du point de convergence de ses bords à sa section d'encastrement.

On suppose que le ou les longerons de l'aile partagent les profils successifs dans un même rapport et sont de même hauteur. La généralisation est aisée. L'épaisseur relative des profils est alors prise au niveau du ou des longerons.

On s'est proposé de déterminer les fonctions définissant les poids d'âmes, de semelles, et de flèches du ou des longerons constituant l'ossature de l'aile, ces éléments étant supposés calculés pour être d'égale résistance dans le cas d'une flexion sans torsion.

Le poids des âmes w est alors donné (en tenant compte de la correction de l'effort tranchant dû à l'obliquité des semelles tendues et comprimées) par

$$W = \frac{k_1 s^{\frac{3}{2}} \lambda^{\frac{1}{2}}}{3 r_2 (2t - 1)} \left[-\frac{3}{2}t + \frac{2}{3} - \frac{1}{\theta}\left(\frac{1}{2} - 3t\right) - \frac{1}{\theta^2} + \left(3t - 2 + \frac{3t}{\theta^2} - \frac{1}{\theta^3} - \frac{6t-3}{\theta}\right) \mathrm{L}(1-\theta) \right],$$

où k_1 désigne la charge alaire, t représente le paramètre de forme en plan, θ le facteur de décroissance des épaisseurs absolues — θ est lié au rapport μ des épaisseurs relatives extrêmes par la relation

$$\theta = \frac{t(\mu - 1) + 1}{t\mu};$$

λ représente l'allongement géométrique de la demi-aile, S la surface de la demi-aile, r_2 la fatigue de cisaillement des âmes supposée uniforme.

Dans les mêmes conditions le volume des semelles s'écrit

$$V = \frac{k_1 \lambda^{\frac{3}{2}} S^{\frac{3}{2}}}{6 r_1 t k_2 \theta} \left\{ \frac{1}{3} + \frac{1 - 3t\theta}{2\theta} + \frac{(6t-3)\theta^2 + 1 - 3t\theta}{\theta^2} - L(1-\theta) \left[3t - 2 + \frac{3t\theta - (6t-3)\theta^2 - 1}{\theta^3} \right] \right\},$$

où r_1 désigne la fatigue uniforme admise dans les semelles.

Enfin la flèche y, à l'extrémité de l'aile, s'écrit

$$y = \frac{r_1 \lambda^{\frac{3}{2}} S^{\frac{1}{2}}}{E k_2} \frac{(2t-1)}{t\theta^2} [(1-\theta) L(1-\theta) + \theta] + \frac{r_2}{G} \sqrt{\lambda S},$$

où E et G désignent respectivement le module d'élasticité des semelles et le module de cisaillement des âmes.

Enfin les fonctions précédentes peuvent être appliquées à l'étude comparée des ailes de mêmes qualités aérodynamiques, par la considération de l'épaisseur relative moyenne, à laquelle se trouve généralement lié le C_x minimum de l'aile.

Cette valeur moyenne de l'épaisseur relative a pour expression

$$e = k_2 \frac{[t(\mu + 1) - 1]}{\mu(2t-1)}.$$

L'ensemble des fonctions caractéristiques précédentes permet la discussion complète des poids de construction et des avantages comparés des ailes cantilver de forme quelconque soumises à la flexion pure.

Suivant le mode de construction et le choix des profils l'échantillonnage de la structure résistante de telles ailes peut d'ailleurs subir des modifications entraînées par la considération des efforts de torsion et de traînée.

AÉRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Étude de l'écoulement de l'air autour d'une aile d'avion : phénomènes marginaux.* Note [1] de M. **Jacques Valensi**, présentée par M. Henri Villat.

Nous appliquons à l'aile la méthode de visualisation que nous avons mise au point au cours de notre étude sur les hélices aériennes [2]. Rappelons

---

[1] Séance du 12 novembre 1935.

[2] *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1639 et **199**, 1934, p. 634.

qu'il s'agit de l'observation et de photographies (en soufflerie) de fumées, à l'aide d'éclairages particuliers : éclair instantané du stroborama et éclairage continu laminaire.

Les photographies des figures 1 et 2 montrent en particulier sous quel aspect apparaît le tourbillon issu de l'une des extrémités d'une aile d'avion, pour une incidence de l'aile voisine de l'incidence de portance maximum.

Dans la photographie 1 (faite à l'éclair du stroborama), on aperçoit



Fig. 1.

très nettement un tube qu'en première approximation on peut considérer comme un cylindre de révolution et d'axe parallèle à la vitesse du courant d'air dans la zone non troublée par l'aile.

Ce tube prend naissance dans la région du bout de l'aile la plus éloignée du fuselage, et sur l'extrados; on le voit subsister aussi loin qu'il est possible de le suivre, soit jusqu'au ventilateur de la soufflerie (parcours d'une dizaine de mètres dans le cas présent). Il se trouve d'ailleurs à cette incidence très au-dessus du sillage de l'aile, sillage qui passe au-dessous de l'empennage horizontal de l'avion.

Le tube ainsi révélé constitue le *noyau proprement dit* du tourbillon marginal. Les particules fluides de ce noyau sont en rotation autour de son axe; cette rotation se met très aisément en évidence à l'aide d'un moulinet dont le diamètre est inférieur à celui du noyau; le moulinet n'entre en rotation que lorsque son axe coïncide avec l'axe du noyau.

Les particules fluides voisines du tube, s'enroulent autour de ce tube. La photographie 2 (faite à l'éclair du stroborama) met en évidence en particulier cet enroulement pour des particules fluides qui ont touché l'aile sur l'extrados et à l'extrémité de l'aile en avant de l'origine du noyau; on

aperçoit des spires d'hélices géométriques de faible pas tracées sur un cône de révolution ayant pour axe l'axe du noyau.

Ces spires sont d'ailleurs des lignes d'émission et non des trajectoires fluides.

Si l'on observe la fumée à l'aide d'un éclairage continu luminaire, on aperçoit comme précédemment et *aussi nettement*, le noyau cylindrique et



Fig. 2.

autour de ce noyau des hélices coniques de *grand pas*; ces hélices sont des trajectoires fluides.

Les trajectoires et les lignes d'émission ne coïncidant pas, *le mouvement au voisinage du noyau tourbillonnaire n'est pas stationnaire*, les aspects de la figure 2 semblent devoir permettre de conclure qu'il est périodique.

Précisons que le sens de la rotation du noyau, de même que le sens de l'enroulement est celui prévu par la théorie de l'aile d'envergure limitée.

Les photographies 1 et 2 ont été exécutées au cours d'une étude entreprise cet été. La maquette utilisée est une maquette d'un avion monoplan de $1^{m}20$ d'envergure; on aperçoit sur les photographies le contour apparent de la maquette qui a été souligné à la gouache. Dans la photographie 1 l'aile se voit en bout; dans la photographie 2 l'aile est vue par-dessous.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur les températures de couleur des étoiles.* Note [1] de M. **Daniel Barbier**, présentée par M. Ernest Esclangon.

1. On appelle température de couleur d'une source à spectre continu pour une certaine longueur d'onde, la température du corps noir dont la répartition d'énergie est tangente pour la longueur d'onde considérée à celle de la source. Une donnée équivalente à la température de couleur T est le gradient G défini par

$$G = \frac{d \log I}{d \frac{1}{\lambda}},$$

I étant l'intensité du spectre continu.

Pour deux sources a et b on a

$$G_a - G_b = \frac{c_2}{T_a}\left(1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda T_a}}\right)^{-1} - \frac{c_2}{T_b}\left(1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda T_b}}\right)^{-1},$$

avec $c_2 = 1{,}432$, T_a et T_b étant les températures de couleur des deux sources. Une erreur sur la température de couleur de la source étalon introduit la même erreur dans les gradients de toutes les étoiles ou dans les quantités

$$\varphi = \frac{c_2}{T}\left(1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}\right)^{-1}.$$

Dans la pratique étant donné la faible précision des mesures dont on dispose on peut regarder T comme indépendant de λ [2].

2. Les nombreuses mesures effectuées jusqu'à ce jour sont relatives à une source de température mal définie ou même complètement arbitraire. Nous nous sommes proposé de les ramener à un système uniforme : celui de Greaves, Davidson et Martin [3]. Les mesures utilisées proviennent de : Rosenberg, Wilsing Sheiner Münsch, H. Plaskett, Yü, Hogg, Storer, Gerasimović, Gerasimovič et Payne, Miss Williams, Öhman, Sampson, Greaves Davidson Martin, Strassl, Jensen, Karpov, R. C. Williams, Thorndike, Barbier Chalonge Vassy. Elles se rapportent uniquement à des étoiles brillantes ou aux Pléiades.

---

(1) Séance du 12 novembre 1935.

(2) Les valeurs de φ que nous donnons se rapportent à $\lambda = 0{,}500$.

(3) *Coulour Temperatures*, Greenwich, 1932 et *Monthly Notices*, 94, 1934, p. 488.

Pour la plupart de ces séries les valeurs de φ ne diffèrent que par une constante indépendante de T. Pour quelques-unes il n'en est pas ainsi; cette circonstance est attribuée à l'influence des raies (dispersion trop faible ou images extrafocales). L'intercomparaison de toutes ces séries permet l'établissement d'un catalogue, qui peut être considéré comme homogène, contenant 367 étoiles brillantes et 57 Pléiades. Pour les étoiles brillantes (sauf Pléiades) on obtient le tableau suivant donnant la température de couleur des différents types spectraux

O	19500	A_0	17000	gF_8	6800	gK_0	5000
B_0	19000	A_2	13500	dF_8	7800	dK_0	6200
B_1, B_2	19500	A_3, A_5	12500	gG_0	5600	gK_2	4400
B_3	21000	F_0, F_2	12500	dG_0	7000	gK_5	3900
B_5	21000	gF_5	7900	gG_5	5400	dK_5	4600
B_8, B_9	19000	dF_5	8000	dG_5	6700	gM	3600

Ce tableau est assez différent de ceux basés sur les anciennes mesures de Wilsing Scheiner Münsch et Rosenberg. Pour les Pléiades, il semble que les températures de couleur soient sensiblement les mêmes quoique le raccordement avec les autres étoiles soit difficile à assurer. Signalons encore que la corrélation entre les températures et magnitudes absolues n'est pas très considérable pour les naines ou pour les géantes prises séparément.

3. Les étoiles pour lesquelles les mesures sont les plus cohérentes se trouvent au voisinage du type A_0 (minimum du nombre des raies). Voici la liste de celles observées par quatre observateurs au moins et pour lesquelles l'erreur sur φ est inférieure à 0,02.

★	17 Tau.	γ Gém.	α C Ma.	α Gém.	α Leo.	β U Ma.	β Leo.	γ U Ma.
φ	0,90	1,09	1,00	1,04	0,94	0,98	1,15	1,00

★	α C Vn.	η Boo.	γ Boo.	α Lyr.	ζ Aql.	δ Cyg.	α Aql.
φ	0,98	2,11	1,42	0,99	1,04	0,98	1,40

Ces étoiles peuvent être utilisées comme étalons secondaires.

4. Comparons maintenant les températures de couleur moyenne des divers types spectraux à leurs températures d'ionisation ([1]). On constate que les écarts faibles entre B_0 et B_5 croissent et passent par un maximum vers $A_0 A_5$ pour redevenir petits pour les types plus avancés que F_5.

([1]) Miss C. H. Payne, *Stellar atmospheres*, Cambridge, 1925, p. 139.

La marche de ces écarts est sensiblement parallèle à celle de l'intensité des raies de Balmer. Nous pensons que l'affaiblissement des températures d'ionisation entre B_5 et F_5 provient de la grande valeur de l'absorption continue faisant suite à la série de Lyman qui a pour effet de diminuer la *qualité* du rayonnement et par suite de diminuer l'ionisation.

5. La comparaison des températures de couleur avec les températures obtenues d'après la théorie de Zanstra par Mohler (¹) montre un accord aussi satisfaisant que possible pour les dix étoiles communes. Ceci est à la fois une vérification de la validité de la théorie de de Zanstra pour ces astres et une preuve de ce que leur rayonnement diffère peu de celui du corps noir.

De nouvelles mesures de températures de couleur étant en cours nous attendons leur publication pour établir un catalogue moins provisoire que celui qui vient d'être analysé.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *La cohérence des vibrations dans la résonance optique.* Note de M. **Paul Soleillet**, transmise par M. Pierre Weiss.

C'est un fait connu que l'on peut calculer la polarisation de la lumière émise par résonance optique, à partir des probabilités de passage, chaque fois qu'il est permis de considérer comme incohérentes les vibrations qui correspondent aux diverses raies de décomposition d'une raie de structure hyperfine par le champ magnétique. Il en est ainsi si le champ magnétique est assez fort pour provoquer un écartement de ces raies supérieur à leur largeur naturelle. Il en est de même, le champ étant nul, quand les conditions d'excitation sont particulières (vibration circulaire ou rectiligne).

Nous avions montré (²), à partir de ces résultats et par des considérations de symétrie, qu'on pouvait calculer la polarisation pour des conditions quelconques d'excitation dans un champ nul. Or les résultats du calcul ne peuvent s'interpréter qu'en imaginant une certaine cohérence entre les diverses vibrations émises dans un champ évanouissant de direction arbitraire.

D'une façon plus précise, faisons correspondre une vibration à chaque processus complet : passage du niveau initial au niveau excité par absorp-

(¹) *Publ. Michigan Obs.*, 5, 1933, p. 43.
(²) *Annales de Physique*, **12**, 1929, p. 23.

tion d'un quantum, passage du niveau excité au niveau final par émission d'un quantum (le niveau final n'est pas nécessairement le même que le niveau initial dans le cas de la résonance généralisée). Nous avons trouvé que seules peuvent être cohérentes deux vibrations correspondant au départ d'un même niveau de décomposition magnétique du niveau initial pour aboutir à un même niveau de décomposition du niveau final (vibrations dites de même départ et arrivée). Cette cohérence est en liaison étroite avec celle des trois composantes de la vibration d'excitation, suivant les trois types de vibration de même axe que le champ. En fixant d'une façon précise cette liaison, il est possible de retrouver quantitativement tous les résultats prévus.

Il est possible de traiter également le cas d'un champ faible et l'on aboutit au résultat que, dans le cas d'une excitation quelconque, tout se passe comme si l'ensemble des vibrations émises effectuait, entre l'instant de l'excitation et celui de l'émission, une rotation autour du champ magnétique égale à g fois la rotation normale de Larmor, g étant le facteur de Landé pour la composante hyperfine considérée du niveau excité, la durée de vie à l'état excité obéissant à une loi exponentielle de probabilité.

Une généralisation de la théorie a été enfin faite en ce qui concerne le cas d'une émission due à une excitation par échelons. Nous avons pu, par des considérations de symétrie dans le champ nul, établir les formules qui donnent la polarisation de la radiation émise en fonction de celle de chacune des deux radiations excitatrices (vibrations coaxiales ou tout à fait quelconques) et ramener à 11 le nombre des constantes indépendantes qui y figurent. Ces lois, bien qu'assez compliquées (il y a en principe $9^3 = 729$ coefficients, dont heureusement un assez grand nombre est nul), s'interprètent facilement si l'on imagine que dans un champ évanouissant les seules vibrations qui peuvent être cohérentes sont celles de même départ et arrivée et en liant cette cohérence avec celle des composantes, de même axe que le champ, de chacune des radiations excitatrices.

Ce travail, qui va être publié en détail prochainement, met en évidence l'importance de l'argument à côté de celle du module des quantités dont s'occupent les théories quantiques.

ÉLECTRICITÉ. — *Détermination de la résistance de contact métal-oxyde cuivreux.* Note de M. **Jean Roulleau**, présentée par M. Jean Perrin.

L'effet redresseur et l'effet photoélectrique de contact entre métal et semi-conducteur ont été rattachés, par certains auteurs [1], à la présence d'une couche mince, très peu conductrice, localisée à la limite de séparation du métal et du semi-conducteur. On doit donc s'attendre, dans ces conditions, à ce que cette pellicule isolante se manifeste par l'existence d'une résistance de contact; c'est ce qu'Auwers et Kerschbaum [2] ont pu mettre en évidence, en mesurant, pour un éclairement donné, la tension e_x produite par la cellule en circuit ouvert, et le courant de court-circuit I_0; la résistance de contact ρ a pour valeur, d'après leur conception du phénomène $\rho = e_x/I_0$. Cette méthode de mesure présente un grand avantage de simplicité, mais, en revanche, elle possède les deux inconvénients de reposer sur des hypothèses incertaines, d'une part, et d'autre part, de ne s'appliquer qu'au cas où le circuit extérieur destiné à mesurer I_0 est de résistance négligeable (une fraction si considérable du semi-conducteur fonctionne comme résistance extérieure que, même en admettant pour celle-ci une résistivité beaucoup plus faible que celle de la couche de contact hypothétique, cette condition n'est jamais réalisée).

Aussi m'a-t-il paru intéressant de mesurer la résistance de contact par une méthode directe et générale : j'ai, à cet effet, préparé des cellules à l'oxyde cuivreux de la façon suivante : une plaque de cuivre électrolytique est oxydée, dans les conditions habituelles, jusqu'à disparition complète du métal. Après refroidissement la couche superficielle de CuO est détruite par grattage à la toile émeri; puis, par pulvérisation cathodique d'or on forme deux minces bandes-électrodes sur les deux bords opposés d'une même face. L'autre face est recouverte, sur la partie centrale seulement, d'une mince bande-électrode obtenue de la même manière ou bien d'une grille de cuivre déposée par électrolyse, toujours uniquement sur la partie centrale. La largeur de chacune de ces prises métalliques est de 1^{mm} environ. Dans ces conditions, si la plaque est assez mince (quelques dixièmes de

(1) F. Waibel et W. Schottky, *Naturwiss.*, 20, 1932, p. 297; A. H. Wilson, *Proc. Roy. Soc.*, 136, 1932, p. 487; J. Frenkel et A. Joffé, *Phys. Zeit. Sowjetunion*, 1, 1932, p. 60.

(2) O. von Auwers et H. Kerschbaum, *Ann. der Phys.*, 7, 1930, p. 129.

millimètre) et assez longue (quelques centimètres) on peut obtenir aisément la valeur de la résistance ρ du contact constitué par la prise métallique centrale et la masse du Cu^2O. En appelant r la résistance de la plaque mesurée entre les deux bords extrêmes et r_1, r_2 les résistances de la partie comprise entre une prise extrême et la prise centrale, on a

$$\rho = \frac{1}{2}(r_1 + r_2 - r).$$

Les résistances étant mesurées au pont de Wheatstone, la précision est assez grande, la principale erreur commise étant de négliger devant la longueur de la lame, la largeur du trait métallique central. Il est d'ailleurs possible d'effectuer la correction correspondante; dans ce cas, la précision atteint facilement 1 pour 1000.

Cette méthode permet d'étudier les conditions de formation des résistances de contact entre métal et oxyde cuivreux. Celles-ci sont fonction de quatre variables principales :

1° le temps depuis lequel la surface a été traitée;
2° la température;
3° la résistivité spécifique de la masse du Cu^2O étudié;
4° le traitement de la surface.

En maintenant constantes ces deux premières quantités on constate que la résistance de contact, rapportée à l'unité de surface, est proportionnelle à la résistivité de la masse de l'oxyde cuivreux, pour un mode de traitement déterminé de la surface. Ce dernier (attaque par certains acides dilués tels que NO^3H, SO^4H^2, CH^3CO^2H, à différentes dilutions et différentes températures, par NH^4OH, NH^4Cl, $NaOH$, $SnCl^2$, $FeCl^2$, $S^2O^8K^2$, SO^2Na, KCN, électrolyse d'une solution de SO^4H^2, SO^4Cu, grattage à la toile émeri ou à la meule de carborundum) influe uniquement sur le facteur de proportionnalité. On constate également que l'état cristallin de la surface est une condition nécessaire à l'apparition de résistances de contact élevées, ce qui s'accorde bien avec les résultats de Schottky [1], mais les dimensions des cristaux ne jouent aucun rôle.

Il y a lieu de remarquer que l'existence d'une résistance de contact n'implique pas nécessairement l'existence d'une pellicule isolante entre le métal et le semi-conducteur et qu'elle s'accorde aussi bien avec l'hypothèse d'un contact par points ou par zones privilégiées.

---

[1] W. Schotty, R. Störmer et F. Waibel, *Zeit. Hochfr. techn.*, 37, 1931, p. 162.

ÉLECTRICITÉ. — *Contribution à l'étude de la synchronisation des oscillateurs.* Note de M. **Jean Mercier**, présentée par M. A. Cotton.

Dans cette Note, nous laisserons de côté les phénomènes secondaires qui peuvent se passer aux abords immédiats de la synchronisation pour nous en tenir uniquement au phénomène proprement dit dans ce qu'il a de plus essentiel. Nous supposerons que nous avons simplement deux circuits oscillants couplés dans chacun desquels, à l'aide par exemple d'un dispositif à lampes triodes, on a introduit une résistance négative.

I. En désignant par γ_1 et γ_2 leurs *amortissements apparents moyens*, par m_1 et m_2 leurs pulsations propres, par L_1 et L_2 leurs coefficients de self-induction, par M le coefficient d'induction mutuelle (nous supposerons le couplage d'ordre exclusivement magnétique), les équations de fonctionnement relatives à chacun des circuits s'écrivent

$$\frac{d^2 i_1}{dt^2} + 2\gamma_1 \frac{di_1}{dt} + m_1^2 i_1 + \frac{M}{L_1}\frac{d^2 i_2}{dt^2} = 0, \qquad \frac{d^2 i_2}{dt^2} + 2\gamma_2 \frac{di_2}{dt} + m_2^2 i_2 + \frac{M}{L_2}\frac{d^2 i_1}{dt^2} = 0.$$

Si l'on admet que les solutions de ce système sont sinusoïdales, on obtient comme équations caractéristiques, ω étant l'une des pulsations du système,

$$I_1(m_1^2 - \omega^2) + i.2\gamma_1\omega I_1 - \frac{M}{L_1}\omega^2 I_2 = 0, \qquad I_2(m_2^2 - \omega^2) + i.2\gamma_2\omega I_2 - \frac{M}{L_2}\omega^2 I_1 = 0;$$

d'où, en désignant par x le coefficient de couplage $M/\sqrt{L_1 L_2}$,

$$(m_1^2 - \omega^2 + 2i\gamma_1\omega)(m_2^2 - \omega^2 + 2i\gamma_2\omega) = x^2\omega^4.$$

On tire de là les deux relations fondamentales

$$\omega^4(1 - x^2) - (m_1^2 + m_2^2 + 4\gamma_1\gamma_2)\omega^2 + m_1^2 m_2^2 = 0,$$
$$\gamma_1(\omega^2 - m_2^2) + \gamma_2(\omega^2 - m_1^2) = 0.$$

La première fournit les valeurs ω' et ω'' des pulsations entretenues; la seconde exprime que leur coefficient d'amortissement est nul.

II. *Fonctionnement normal.* — Examinons le fonctionnement normal, lorsque deux pulsations sont simultanément entretenues. On a alors

$$\gamma_1(\omega'^2 - m_2^2) + \gamma_2(\omega'^2 - m_1^2) = 0, \qquad \gamma_1(\omega''^2 - m_2^2) + \gamma_2(\omega''^2 - m_1^2) = 0;$$

d'où

$$(\omega'^2 - m_2^2)(\omega''^2 - m_1^2) = (\omega'^2 - m_1^2)(\omega''^2 - m_2^2),$$
$$m_2^2\omega''^2 + m_1^2\omega'^2 = m_2^2\omega'^2 + m_1^2 + \omega''^2,$$
$$(m_2^2 - m_1^2)(\omega''^2 - \omega'^2) = 0.$$

Cette condition ne peut être remplie que si m_1 et m_2 sont égaux, ou bien si ω_1 et ω_2 sont égaux.

Or la première condition veut dire que les deux circuits sont accordés l'un sur l'autre, ce qui ne peut être qu'exceptionnel et l'autre que les deux pulsations entretenues sont identiques, ce qui est en contradiction avec l'hypothèse primitive.

D'ailleurs les deux conditions sont concordantes.

Si $m_1^2 = m_2^2 = m^2$, on a en effet $\omega'^2 = \omega''^2$.

On peut encore dire ceci : *Lorsque deux oscillateurs sont couplés, il ne peut y avoir entretien simultané d'oscillations de deux périodes différentes que si les amortissements apparents moyens* γ_1, γ_2 *des deux oscillateurs sont nuls.*

III. *Expressions générales des amortissements.* — Si l'on se reporte à la théorie des oscillateurs à lampes on voit que l'amortissement moyen apparent d'un circuit oscillant excité peut s'exprimer par la relation

$$\gamma = -\alpha + 2\beta L\left(\frac{di}{dt}\right)^2,$$

dans laquelle α et β sont deux constantes positives caractéristiques de l'oscillateur. Le fait que chacun des circuits possède dans le cas actuel un circuit associé a une influence relativement faible et négligeable sur la valeur de son amortissement moyen.

IV. *Relations entre les amplitudes.* — D'autre part, on a pour chaque circuit

$$i = I' \sin(\omega' t + \varphi') + I'' \sin(\omega'' t + \varphi''),$$

$$\frac{di}{dt} = I'\omega' \cos(\omega' t + \varphi') + I''\omega'' \cos(\omega'' t + \varphi''),$$

et la valeur moyenne du carré de cette expression a pour valeur

$$\left(\frac{di}{dt}\right)^2_{\text{moy}} = \frac{I'^2\omega'^2}{2} + \frac{I''^2\omega''^2}{2}.$$

En écrivant que les amortissements moyens sont nuls on a :

$$(1) \qquad -\alpha_1 + \beta_1 L_1 (I_1'^2 \omega'^2 + I_1''^2 \omega''^2) = 0,$$

$$(2) \qquad -\alpha_2 + \beta_2 L_2 (I_2'^2 \omega'^2 + I_2''^2 \omega''^2) = 0.$$

Des équations initiales du paragraphe 1, où on annule γ_1 et γ_2, on tire les relations suivantes entre les courants :

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{M}{L_1}\frac{\omega^2}{\omega^2 - m_1^2} \quad \text{et} \quad \frac{I_2}{I_1} = -\frac{M}{L_2}\frac{\omega^2}{\omega^2 - m_2^2};$$

d'où, par division,

$$\frac{L_2 I_2^2}{L_1 I_1^2} = \frac{\omega^2 - m_1^2}{\omega^2 - m_2^2}.$$

Aux deux équations (1) et (2) vont donc venir s'adjoindre :

$$(3) \qquad \frac{L_2 I_2'^2}{L_1 I_1'^2} = \frac{\omega'^2 - m_1^2}{\omega'^2 - m_2^2},$$

$$(4) \qquad \frac{L_2 I_2''^2}{L_1 I_1''^2} = \frac{\omega''^2 - m_1^2}{\omega''^2 - m_2^2};$$

D'où quatre équations qui définiront les courants I'_1, I''_1, I'_2, I''_2.

D'autre part l'équation aux pulsations dont les racines sont ω'^2 et ω''^2 se simplifie puisque les amortissements sont nuls.

ÉLECTRONIQUE. — *Diffraction des électrons par le chloroforme et structure de la molécule : modèle d'Urbain et modèle tétraédrique.* Note de M. **Charles Degard**, présentée par M. Georges Urbain.

G. Urbain [1] a proposé pour le chloroforme une formule coordinative CCl^2, HCl. Il considère donc le chloroforme comme un chlorhydrate du chlorure carboneux.

Cette hypothèse est étayée par des arguments chimiques et physiques. Le dégagement d'oxyde de carbone par l'action de la potasse sur le chloroforme ne s'explique pas par la formule classique. En effet, ce serait là une réaction irrégulière qui, par conséquent, devrait se manifester d'autant moins que la température est basse. Or le dégagement d'oxyde de carbone augmente avec l'abaissement de la température. La formule coordinative explique ce fait. La potasse neutralise l'acide chlorhydrique du chlorhydrate et réagit ensuite sur le chlorure carboneux. L'oxyde de carbone se combinerait à la potasse et formerait ainsi du formiate de potassium.

D'autre part Allard [2] a calculé le moment électrique du chloroforme en lui attribuant en premier lieu la structure tétraédrique classique : il trouve 2.10^{-18}. La représentation coordinative, en admettant que les atomes de chlore soient au sommet d'un triangle équilatéral dont le carbone

---

(1) G. Urbain, *La coordination des atomes dans les molécules* (*Actualités scientifiques et industrielles*, 53, 1933, p. 48).

(2) Allard, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 1455.

occupe le centre, et que l'hydrogène soit dans le plan de ce triangle et fixé à un des atomes de chlore, conduit à un moment électrique de $1,63.10^{-18}$.

La valeur expérimentale est $0,95.10^{-18}$.

La structure tétraédrique est fondée entre autres choses sur les résultats des expériences de diffractions de rayons X et de rayons électroniques. Bewilogua [1], puis Wierl [2], ont successivement attribué au chloroforme une structure tétraédrique. Récemment Sutton et Brockway [3], par la méthode de diffraction d'électrons, sont arrivés au même résultat. La distance entre les atomes de chlore, selon ces derniers, est $2,93 \pm 0.02$ Å. La distance carbone-chlore est $1,78 \pm 0,03$ Å.

Nous avons repris ces expériences par diffraction électronique en comparant nos courbes expérimentales de diffraction aux courbes théoriques calculées au moyen des formules de Debye [4] et de Mott [5], d'après le schéma tétraédrique de la molécule de chloroforme.

Les résultats expérimentaux peuvent s'interpréter au moyen du schéma classique. Nous trouvons $2,95 \pm 0,03$ Å et 1,76 Å respectivement pour la distance Cl — Cl et C — Cl. Ceci confirme donc les mesures de Sutton et Brockway.

Nous avons ensuite tracé la courbe théorique en prenant comme base le schéma moléculaire d'Urbain. Si l'on maintient la valeur de 2,95 Å comme distance Cl-Cl, on peut calculer la distance entre l'atome de carbone situé au centre du triangle équilatéral et un atome de chlore : 1,70 Å.

Les deux courbes théoriques se superposent sensiblement. Pour utiliser les différences constatées il faudrait mesurer sur les photographies de diffractions des distances entre le centre et un maximum à 1/10e de millimètre près.

En d'autres termes, le schéma d'Urbain et le schéma tétraédrique rendent tous deux compte des résultats expérimentaux. On ne peut donc opposer au premier les expériences de diffractions électroniques faites jusqu'à ce jour.

---

(1) L. Bewilogua, *Phys. Zeits*, 32, 1931, p. 265.
(2) R. Wierl, *Ann. der Phys.*, 8, 1931, p. 521.
(3) Sutton et Brockway, *Journ. Am. Chem. Soc.*, 57, mars 1935, p. 473.
(4) P. Debye, *Ann. Physik*, 46, 1915, p. 809; *Phys. Zeits*, 31, 1930, p. 419.
(5) N. F. Mott, *Proc. Roy. Soc. London*, A., 127, 1930, p. 658.

ÉLECTROCHIMIE. — *Action pratiquement instantanée de certains colloïdes sur le dépôt électrolytique du cuivre.* Note [1] de M. **Pierre Jacquet**, présentée par M. Georges Urbain.

D'après certains auteurs [2] une substance colloïdale ne peut agir sur un dépôt électrolytique qu'après une certaine durée d'électrolyse, ce qui semble normal, *a priori*, si l'on admet une accumulation lente du colloïde au voisinage de la cathode, par suite du phénomène d'électrophorèse. J'ai montré antérieurement [3] que l'action de certains colloïdes hydrophiles (protéines et peptones) peut s'expliquer par l'adsorption; le courant interviendrait seulement pour modifier la concentration de la substance dans la zone cathodique. Les autres colloïdes examinés (gomme arabique, gomme adragante, dextrine) ne s'adsorbent pas sur les surfaces métalliques et leur action sur le dépôt, d'ailleurs beaucoup plus faible que celle exercée par les protéines et les peptones, s'expliquerait par leur migration dans le champ électrique.

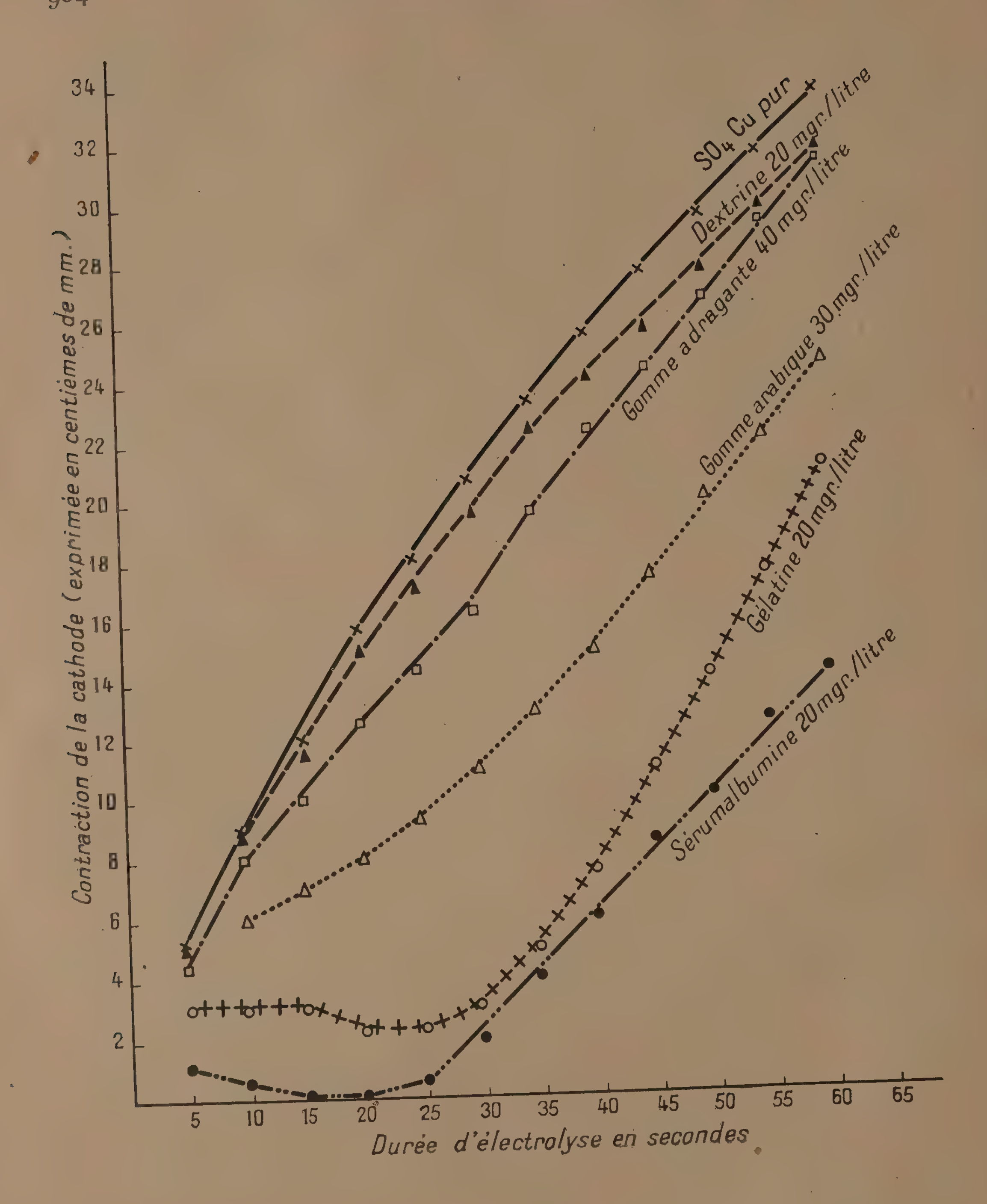
Si cette distinction entre les deux groupes de colloïdes est correcte, on doit constater que les protéines agissent sur le dépôt dès le début de l'électrolyse, tandis que dans le cas des gommes et de la dextrine il doit s'écouler un certain temps avant que l'on puisse observer une action nette. La vérification peut être faite si l'on dispose d'une technique suffisamment sensible et précise pour déceler de très faibles modifications dans la structure ou les propriétés du cuivre électrolytique. J'ai utilisé pour cela la détermination des tensions mécaniques au moyen du *contractomètre* mis au point par C. Marie et N. Thon [1]. En prenant certaines précautions déjà mentionnées, il est possible d'obtenir des résultats bien reproductibles. Le déplacement de la partie inférieure de la cathode flexible est évalué au microscope toutes les 5 secondes à partir de la fermeture du circuit. Les courbes de la figure 1 représentent ces déplacements (exprimés en centièmes de millimètre) en fonction de la durée d'électrolyse, pour une solution de sulfate de cuivre pur et pour la même solution additionnée de 20, 30 ou

(1) Séance du 4 novembre 1935.

(2) Salauze, *Bull. Soc. française des Électriciens*, 5e série, 4, 1934, p. 473; *Traité de Galvanoplastie*, p. 175.

(3) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 226 et 381.

(4) *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 31.



Contraction de la cathode (exprimée en centièmes de mm.)
34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
Durée d'électrolyse en secondes
SO4 Cu pur
Dextrine 20 mgr./litre
Gomme adragante 40 mgr./litre
Gomme arabique 30 mgr./litre
Gélatine 20 mgr./litre
Sérumalbumine 20 mgr./litre

40^{mg} par litre de chacun des colloïdes énumérés plus haut. Ces courbes montrent que seules les protéines (gélatine, sérum albumine) ont une action notable dès les premières secondes d'électrolyse; les gommes agissent beaucoup plus lentement et la courbe correspondant à la dextrine se superpose, aux erreurs d'expérience près, à la courbe des tensions du cuivre normal. Des résultats aussi nets sont obtenus pour des concentrations en protéines de l'ordre de 5^{mg} par litre; au contraire les gommes n'ont aucun effet, dans les premières minutes d'électrolyse, à des concentrations inférieures à $30\text{-}40^{mg}$ par litre.

Ces résultats montrent que seuls les colloïdes hydrophiles appartenant au groupe des protéines ont une action pratiquement instantanée sur le dépôt électrolytique du cuivre, ce qui est conforme aux résultats obtenus antérieurement, concernant l'adsorption de ces substances sur les surfaces métalliques [1].

MAGNÉTOOPTIQUE. — *Biréfringence magnétique de l'oxyde azotique.* Note de MM. **Henri Bizette** et **Tsaï Belling**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons mesuré par la méthode du quart d'onde la biréfringence magnétique de l'oxyde azotique gazeux à la température de 16°,5C., sous des pressions comprises entre 80 et 180 atmosphères. Nous avions été conduits à penser que la biréfringence magnétique de ce composé serait particulièrement nette, plus grande que celle de l'oxygène lui-même: nous avons en effet pu la mesurer en utilisant le grand électroaimant de l'Académie des Sciences sans utiliser les bobines supplémentaires qui avaient servi précédemment à l'un de nous [2] à trouver la biréfringence magnétique de l'oxygène et de l'azote. Cette biréfringence est positive, par suite de signe opposé à celle de l'oxygène. Ce résultat est en accord avec les hypothèses de van Vleck sur l'origine du paramagnétisme de ces deux corps, si l'on admet que les axes géométriques de leurs molécules sont ceux de forte polarisation.

La constante de Cotton et Mouton pour la radiation $\lambda = 0^{\mu},578$ de l'arc

---

(1) P. Jacquet, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 921; 200, 1935, p. 226.

(2) Tsaï Belling, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1615; A. Cotton et Tsaï Belling, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1889.

au mercure et pour la pression de 143 kg/cm² est égale à

$$C_m = 456 \times 10^{-15} \quad (t = 16^\circ,5\,C.).$$

Le rapport C_m/d de la constante C_m à la densité est sensiblement constant et la biréfringence varie très sensiblement en raison inverse de la longueur d'onde; c'est ce que montrent les tableaux suivants donnant les angles β de rotation de l'analyseur mesurant les biréfringences (à un facteur constant près) :

$$t^\circ = 16^\circ,5\,C., \qquad \lambda = 0^\mu,578.$$

Pressions (kg/cm²).	Rapport des pressions.	Angles β.	Rapport des angles β.
143	1,22	4°,35	1,21
174		5°,26	

$$t^\circ = 16^\circ,5\,C., \qquad \text{pression } 143 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\lambda_j = 0^\mu,578 \qquad \beta_j = 4^\circ,24$$

$$\frac{\lambda_j}{\lambda_v} = 1,06 \qquad \frac{\beta_v}{\beta_j} = 1,07;$$

$$\lambda_v = 0^\mu,546 \qquad \beta_v = 4^\circ,56$$

$$\lambda_b = 0^\mu,436 \qquad \beta_b = 5^\circ,71$$

$$\frac{\lambda_j}{\lambda_b} = 1,325 \qquad \frac{\beta_b}{\beta_j} = 1,347.$$

Les mesures ont été faites par comparaison avec le nitrobenzène. Ce dernier produisait une biréfringence $2\beta = 2 \times 23^\circ,50$ pour la radiation jaune.

Nous étudierons prochainement la variation thermique. Des essais satisfaisants ont été effectués à la température de — 80° C. sous des pressions de 100 à 130 kg/cm².

Nous espérons pouvoir mesurer la biréfringence de l'oxyde azotique depuis 100° C. jusqu'à la température critique. Nous attendrons ces résultats pour discuter l'origine de l'orientation moléculaire [1], et chercher à expliquer la prépondérance de la composante suivant l'axe moléculaire de la résultante des moments de circulation des électrons sur leurs orbites sur la résultante des spins de ces électrons.

---

[1] La formule de Langevin-Born conduirait, en substituant au moment magnétique de la molécule 1,85 magnéton de Bohr, à un nombre environ neuf fois trop élevé.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre continu du deutérium.* Note de Mlle **Arlette Tournaire** et M. **Étienne Vassy**, présentée par M. Charles Fabry.

En nous plaçant dans les conditions les plus favorables à la production du spectre continu moléculaire de l'hydrogène (1), nous avons obtenu le spectre continu moléculaire du deutérium et nous l'avons comparé à celui de l'hydrogène.

Partant de protoxyde de deutérium (D^2O) à la concentration de 99,2 pour 100, nous avons, dans le vide, fait passer sa vapeur sur du potassium distillé. Après avoir traversé un piège à air liquide destiné à recueillir l'eau non réduite, le deutérium est admis dans un tube du modèle de Chalonge et Lambrey (2) en communication avec une jauge de Mac Leod. La pression mesurée était de $0^{mm},65$ de Hg. Le deutérium est excité par le secondaire d'un transformateur donnant 30 milliampères sous 1000 volts. Le spectre est enregistré avec un spectrographe Hilger E 31 à optique de quartz, sur plaques Ilford Process. La gradation est assurée au moyen de grilles de densité connue.

Après avoir fait le vide dans l'appareil, on introduit dans le tube au moyen d'un osmorégulateur en platine, de l'hydrogène exactement à la même pression et on l'excite dans les mêmes conditions.

Le spectre continu moléculaire du deutérium, que nous avons étudié entre 4861 et 2300 Å, s'est révélé très analogue à celui de l'hydrogène, mais légèrement différent. Il a fallu l'enregistrement au microphotomètre de Chalonge et Lambert pour mettre en évidence cette faible différence. Les courbes enregistrées coïncidant vers 4000 Å, vont en s'écartant très légèrement à mesure que la longueur d'onde diminue, le spectre continu du deutérium étant un peu plus intense que celui de l'hydrogène.

Des expériences analogues ont été effectuées par l'un de nous en avril 1933, à partir d'un mélange d'eau ordinaire et d'eau lourde. Le dosage spectroscopique, effectué sur les raies H_β et D_β, séparées avec le troisième ordre d'un réseau concave d'un mètre, avait indiqué que le mélange contenait environ 5 fois plus d'hydrogène que de deutérium. Il en serait résulté, d'après le calcul, des proportions approximatives de 50

(1) Chalonge, *Ann. de Phys.*, 11e série, **1**, 1934, p. 123.
(2) *Rev. Opt.*, **8**, 1929, p. 332.

pour 100 de molécules H^2, 10 pour 100 de molécules D^2 et 40 pour 100 de molécules HD. Le spectre continu du mélange ne présentait aucune différence mesurable avec celui de l'hydrogène pur.

On admet couramment, d'après la théorie de Winans et Stueckelberg (1), que le spectre continu moléculaire de l'hydrogène est produit par le passage des électrons des niveaux de triplets stables et en particulier du plus bas $2s^3\Sigma$ à l'état inférieur instable $1s^3\Sigma$. Comme il s'agit de niveaux électroniques, l'effet isotopique est donc faible et l'on doit s'attendre en effet à une faible différence dans la répartition énergétique des spectres continus de l'hydrogène et du deutérium. Nous espérons obtenir prochainement des résultats quantitatifs.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'énergie de dissociation de l'oxyde de carbone.* Note (2) de MM. **Paul Goldfinger, Wladimir Lasareff et Boris Rosen**, présentée par M. Georges Urbain.

Le problème de la détermination de l'énergie de dissociation D_{CO} de la molécule CO en atomes normaux présente un intérêt particulier par le fait que cette énergie est reliée, par des données thermochimiques, à différentes grandeurs importantes (3). Les relations sont les suivantes :

$$L_C = D_{CO} - 3{,}74 \pm 0{,}02 \text{ v. e.},$$
$$D_{CN} = D_{CO} - 3{,}3 \pm 0{,}5 \text{ v. e.},$$
$$E_{CH} = D_{CO}/4 + 2{,}51 \pm 0{,}25 \text{ v. e.},$$

où L_C est la chaleur de sublimation du carbone à 0° K., D_{CN} l'énergie de dissociation de la molécule CN en atomes normaux et E_{CH} l'énergie moyenne de la liaison d'un atome d'hydrogène au carbone tétravalent $C(^5S)$ dans la molécule CH^4.

Pour D_{CO} il y a un nombre restreint de possibilités (4), (colonne 2 du tableau) correspondant à des valeurs spectroscopiques très précises [limites d'erreur d'environ $\pm 0{,}005$ v. e. (5)]; parmi celles-ci on ne peut

(1) *Proc. Nat. Acad. Sc.*, 14, 1928, p. 867.
(2) Séance du 28 octobre 1935.
(3) Voir par exemple F. D. Rossini, *J. of Res. Bureau of Standards*, 13, 1934, p. 21.
(4) P. Goldfinger et W. Lasareff, *Nature*, 135, 1935, p. 1077.
(5) B. Rosen, *Nature*, 136, 1935, p. 226.

pas choisir en se basant uniquement sur les données spectroscopiques concernant les différents états électroniques de CO. Cependant, les différences entre les valeurs possibles de D_{CO} sont suffisamment grandes pour essayer de déterminer la valeur exacte en tenant compte des valeurs de L_C, D_{CN} et E_{CH}, quoique ces dernières valeurs ne soient pas connues avec grande précision.

Dans le tableau, nous donnons pour chacune des possibilités pour D_{CO} les valeurs correspondantes de L_C, D_{CN} et E_{CH}, ainsi que l'énergie de dissociation de CO à l'état $A^1\Pi$ et de l'ion CO^+ à l'état normal $^2\Sigma$.

État électronique des produits de dissociation à 11,06 v. e.	$D_{CO(X^1\Sigma)}$ (v. e.).	$D_{CO(A^1\Pi)}$ (*) (v. e.).	$D_{CO^+(^2\Sigma)}$ (v. e.).	D_{CN} (v. e.).	L_C (kcal).	E_{CH} (kcal).
$C(^3P)+O(^3P)$....	11,06	(a) 3,07 (b) 6,28	8,1	7,8	168,8	122
$C(^1D)+O(^3P)$....	9,81	(a) 1,82 (b) 5,03	–	–	–	–
$C(^3P)+O(^1D)$....	9,10	(b) 4,32	6,1	5,8	123,6	110
$C(^1S)+O(^3P)$....	8,39	(b) 3,61	5,4	5,1	107,2	106
....	....	....	...	...	.....	...

(*) On admet comme produits de dissociation dans cet état $C(^3P)+O(^3P)$ dans le cas (*a*) et $C(^1D)+O(^1D)$ dans le cas (*b*).

La valeur $D_{CO}=9,81$ v. e. a été exclue par Coster et Brons (¹) pour des raisons spectroscopiques.

$D_{CO}=11,06$ v. e. avait été admis antérieurement (²) car la valeur $L_C=168,8$ kcal qui s'en suit semble être la seule qui soit en accord avec les données de la littérature (³). On peut cependant montrer (⁴) que la valeur $L_C=123,6$ kcal, correspondant à $D_{CO}=9,10$ v. e., ne peut pas être exclue avec certitude par les données empiriques sur la pression de vapeur du carbone. De plus, $D_{CO}=9,10$ v. e. donne $D_{CO\,(A^1\Pi)}=4,32$ v. e., une valeur pour laquelle les états de vibration présentent un caractère de convergence analogue à celui que l'on connaît pour plusieurs molécules observées jusqu'à la convergence (par exemple O^2 et H^2), ce qui n'est pas le cas si l'on admet $D_{CO}=11,06$ v. e.

(¹) D. Coster et F. Brons, *Physica*, 1, 1934, p. 155 et 634.

(²) P. Goldfinger et W. Lasareff, *Nature*, 135, 1935, p. 1077.

(³) Voir par exemple R. W. Norrish, *Trans. Faraday Soc.*, 30, 1934, p. 103.

(⁴) P. Goldfinger et W. Jeunehomme (paraîtra prochainement).

Coster et Brons ([1]) ainsi que Schmid et Gerö (*loc. cit.*) ont proposé la valeur 8,39 v. e.; il n'y a pas d'objections spectroscopiques contre cette valeur, mais les arguments de Schmid et Gerö en sa faveur sont basés sur des extrapolations incertaines et sur une interprétation des niveaux de prédissociation pas nécessairement conclusive. La valeur de L_C qui s'en suit est cependant en contradiction avec les données empiriques [*loc. cit.*, p. 959, notes ([3]) et ([4])]; ceci s'applique *a fortiori* aux valeurs de D_{CO} inférieures à 8,39 v. e., qui donneraient pour L_C des valeurs encore plus petites.

Les valeurs D_{CO^+}, D_{CN} et E_{CH} qui se déduisent de $D_{CO} = 9,10$ v. e. donnent un accord satisfaisant avec les données expérimentales ([2]).

En résumé, nous avons montré que parmi les différentes possibilités déduites du spectre de CO, seule la valeur $D_{CO} = 9,10$ v. e., donnant $L_C = 123,6$ kcal, n'est pas en contradiction avec les données thermochimiques et spectroscopiques sur les différentes grandeurs reliées à D_{CO}.

CHIMIE-PHYSIQUE. — *Sur le module d'élasticité des alliages cuivre-glucinium.* Note ([3]) de M. **Léon Guillet** fils, présentée par M. Léon Guillet.

On s'oriente, en général, dans la recherche des hauts modules d'élasticité vers les éléments dont le volume atomique est faible ou dont la température de fusion est élevée. Parmi les premiers, M. Portevin ([4]) avait déjà signalé le glucinium dont le volume atomique est égal à 5.

Cependant il n'existe aucune détermination expérimentale du module d'élasticité du glycinium, du moins à notre connaissance. Cette détermination nécessite, il est vrai, la coulée et l'usinage d'éprouvette à des cotes précises, opération très délicate en raison de la grande fragilité du glucinium obtenu actuellement.

Il est beaucoup plus aisé de déterminer le module d'élasticité des alliages de glucinium. Les alliages cuivre-glucinium que nous avons étudiés ont été

([1]) R. Schmid et L. Gerö, *Z. f. Physik*, **93**, 1935, p. 656; **96**, 1935, p. 546.

([2]) H. Biskamp, *Z. f. Physik*, 86, 1933, p. 33; F. A. Jenkins, Y. K. Roots et R. S. Mulliken, *Phys. Rev.*, **39**, 1932, p. 16; H. v. Hartel et M. Polanyi, *Z. f. phys. Chem.*, B, **11**, 1930, p. 97; K. F. Bonhoeffer et P. Harteck, *Grundriss der Photochemie*, 1933; *Z. f. phys. Chem.*, A, **139**, 1930, p. 64.

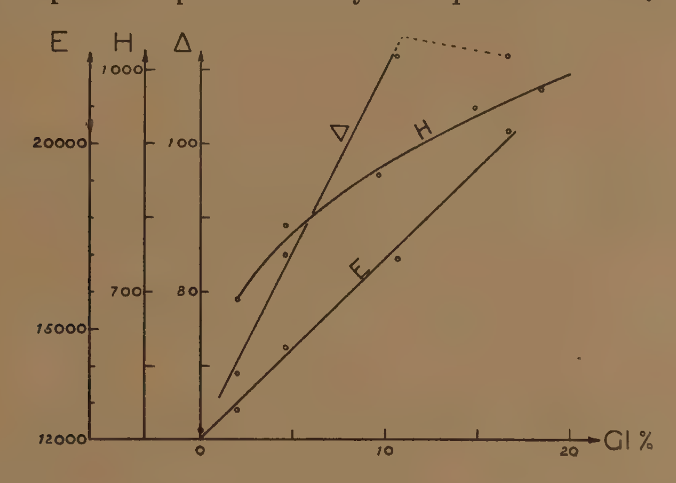
([3]) Séance du 12 novembre 1935.

([4]) *Bull. Soc. Ing. civ.*, **76**, 1923, p. 486, avril-mai.

préparés par la Société Alais, Froges et Camargue. Leurs analyses sont données dans le tableau suivant :

Gl.	Fe.	Si.	Al.	Mg.	Mn.	Zn.
2	0,02	0,10	0,06	0,15	0,12	0
4,6	0,08	0,30	–	–	–	–
4,75	0,04	0,22	–	–	–	–
9,65	0,12	0,41	0,12	0,30	0,25	0
10,60	0,07	0,54	–	–	–	–
14,82	0,08	0,46	0,18	0,30	0,37	0,02
16,60	0,12	0,17	–	–	–	–
18,50	0,08	0,40	0,24	0,30	0,50	0,05

Ils ont été coulés avec le plus grand soin afin d'obtenir des barrettes parfaitement saines. Ces barrettes ont été recuites 8 heures à 800° et ont servi à usiner des petites éprouvettes cylindriques de 5mm64 de diamètre



(au 1/100e de millimètre près) et de 50mm de longueur. Les micrographies n'ont révélé aucune soufflure et sont en accord avec le diagramme d'équilibre établi par Masing et Dahl (¹) et suivant lequel les alliages cuivre-glucinium sont constitués :

1° de ε à 11 pour 100 Gl, de deux constituants α et γ; α solution solide de glucinium dans le cuivre, γ solution solide de composé défini;
2° de 11 à 12 pour 100 Gl, d'un seul constituant γ.

La figure montre les variations en fonction de la teneur en glucinium, de

(¹) *Wissenchaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens Konzern.*

la dureté Rockwell B (courbe Δ) et du module d'élasticité à la flexion (courbe E) mesuré avec le double pendule de MM. Le Rolland et Sorin [1]. On voit que la dureté croît linéairement dans le domaine à deux constituants, puis croît ensuite plus lentement, tandis que le module croît linéairement dans toute l'étendue des alliages étudiés sans dépendre, du moins en première approximation, de leur constitution physico-chimique [2].

Le glucinium augmente sensiblement le module d'élasticité du cuivre puisqu'un alliage à 15 pour 100 Gl (en poids) a un module égal à celui de l'acier. Il se révèle donc comme l'élément d'addition le plus actif à ce point de vue, parmi tous ceux qui ont été étudiés jusqu'ici.

Le haut module d'élasticité et la faible densité du glucinium expliquent les variations de la hauteur du son (courbe H : nombre de vibrations transversales par seconde) rendu par les alliages cuivre-glucinium, avec la teneur en glucinium. Celles-ci ont été appréciées grossièrement sur des éprouvettes de 20^{cm} de longueur et de 20^{mm} de diamètre avec un sonomètre à corde.

CINÉTIQUE CHIMIQUE. — *Influence des gaz adsorbés par la paroi du récipient sur la réaction en chaîne des mélanges d'hydrogène et d'oxygène.* Note [3] de M. **Marcel Prettre**.

De nombreux travaux sur les réactions homogènes d'oxydation ont signalé qu'il est souvent difficile d'obtenir des résultats reproductibles, lorsqu'on opère dans des récipients propres en substances vitreuses, car celles-ci présentent une variation d'activité, dont le mécanisme n'avait pu jusqu'ici être précisé. Dans le cas de la combustion de l'hydrogène, cette influence de la surface a été observée par Hinshelwood et Thompson [4] pour des récipients en silice fondue, et par moi-même [5] pour le verre pyrex. Le temps de demi-réaction mesuré au cours d'essais faits avec le

---

(1) Cet appareil permet la mesure rapide du module d'élasticité avec une erreur inférieure à 1 pour 100 (*Comptes rendus*, 176, 1923, p. 536).

(2) Sur l'ensemble des alliages étudiés, une seule éprouvette a donné une valeur du module plus faible que ne l'indique la loi linéaire. La micrographie a révélé des petits défauts physiques (soufflures, inclusions) et une nouvelle éprouvette de teneur voisine a donné un chiffre satisfaisant.

(3) Séance du 12 novembre 1935.

(4) *Proc. Roy. Soc.*, 118 A, 1929, p. 170.

(5) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1321; *Mémorial des Poudres*, 26, 1935, p. 239.

même récipient et dans les mêmes conditions peut varier dans le rapport de 1 à 5 et même au delà.

Entre 500 et 600°C., les surfaces vitreuses sont capables d'adsorber de grandes quantités d'hydrogène et de vapeur d'eau. Cette adsorption est très lente, sa vitesse et la quantité adsorbable augmentent avec la température. Il s'agit donc d'une *adsorption activée*, comme l'avait déjà constaté Williamson (1) pour l'hydrogène. La faible vitesse de désorption de ces gaz implique que la durée habituelle de pompage qui précède les essais cinétiques, ne suffit pas toujours à désorber la paroi. Celle-ci doit donc

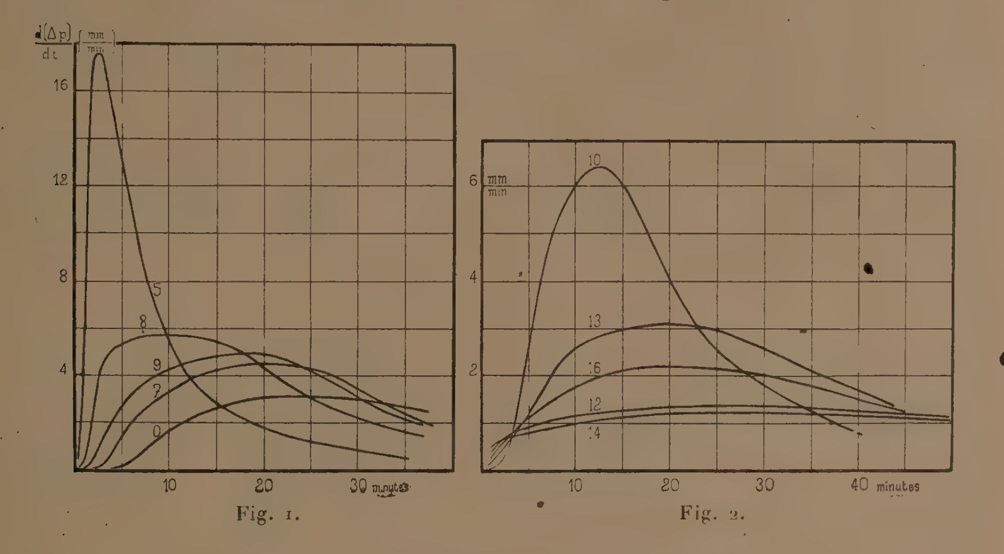


Fig. 1. Fig. 2.

retenir des gaz dont la composition et le volume varient avec la durée, la pression, la température et les concentrations de l'expérience précédente. J'ai été amené à penser que l'activité variable de la surface devait dépendre de ces phénomènes d'adsorption. Les expériences résumées ci-après confirment cette manière de voir.

La figure 1 représente les variations, en fonction du temps, de la vitesse $d(\Delta p)/dt$ de contraction du mélange $2H^2 + O^2$ introduit sous une pression initiale de 600mm environ dans un récipient maintenu à 540°.
La courbe O concerne l'essai initial fait avec le récipient propre qui a été porté très lentement, en trois jours, sous vide à la température désirée.

Les courbes 7, 9, 8 et 5 ont été obtenues dans les mêmes conditions avec le même récipient dont la surface avait au préalable adsorbé des quantités

(1) *J. Am. Chem. Soc*, 55, 1933, p. 1437.

croissantes de vapeur d'eau (de 5 à 70^{mm} à la température de 540°), L'effet de la vapeur d'eau adsorbée est donc d'accroître fortement la vitesse de réaction durant les premiers instants de la transformation. Mais, même les essais les plus rapides présentent une période d'induction durant laquelle la vitesse, d'abord pratiquement nulle, s'accélère progressivement.

L'hydrogène adsorbé a un effet opposé. La figure 2 permet de comparer à l'essai initial (courbe 10), fait ici encore après montage du récipient nettoyé, les essais réalisés avec des quantités croissantes d'hydrogène adsorbé par les parois, les courbes 13, 16, 12 et 14 correspondant à l'adsorption de 4, 15, 39 et 44^{mm} d'hydrogène. Ce groupe d'expériences a été fait dans les mêmes conditions de pression et de concentrations que précédemment, mais à 550°. La réaction est donc considérablement ralentie par cette adsorption, mais, par contre, la période d'induction n'est plus décelable; la vitesse semble acquérir dès le début, ou tout au moins en quelques secondes, une valeur assez importante, qui n'est atteinte qu'après quelques minutes avec le récipient *neuf*.

Dans tous les cas, la transformation présente les caractères types d'une transformation homogène en chaîne : inhibition par les surfaces, accélération par les gaz inertes, ordre et coefficient de température élevés. Il ne s'agit donc pas ici de la réaction de surface du mélange oxhydrique, observable aux températures voisines de 500°, que l'adsorption lente préalable d'hydrogène accélère fortement, comme l'ont signalé Bone et Wheeler (1), et que ralentit la vapeur d'eau [Garstang et Hinshelwood (2)].

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur quelques cupritétrachlorures et cupritétrabromures organiques*. Note de M. **Jean Amiel**, présentée par M. Robert Lespieau.

J'ai décrit (3) les cupritétrachlorures et les cupritétrabromures formés avec les amines primaires de la série grasse, la benzylamine et l'éthylène diamine. Depuis lors j'ai obtenu :

Avec l'aniline, $[CuCl^4](NH^3-C^6H^5)^2$. Jaune verdâtre. Petites lamelles rectangulaires très légères, brillantes. Densité : $d_{20°}=1,70$. Avec la naphtylamine-β : $[CuCl^4](NH^3-C^{10}H^8)^2$. Jaune verdâtre. Fines lamelles rectangulaires.

---

(1) *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 206 A, 1906, p. 1.
(2) *Proc. Roy. Soc.*, 134 A, 1931, p. 1.
(3) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 138.

Je n'ai pas isolé de cupritétrachlorure de naphtylamine α. Les cupritétrabromures d'aniline et de naphtylamines sont, s'il se forment, trop instables pour être isolés ainsi. J'ai préparé aussi, avec les phénylène-diamines des cupritétrachorures jaunes, mais noircissant à l'air.

J'ai obtenu facilement, avec la pyridine, la pipéridine, la pipérazine et la quinoléine, les composés suivants :

$[CuCl^4](C^5H^5NH)^2$. — Jaune vif. Petites aiguilles. Densité : $d_{20^\circ}=1,66$. Solubilité, à 20°C., dans l'acétone : 1g,9, soit 0,005 molécule, au litre; solution jaune foncée.

$[CuCl^4](C^5H^{10}NH^2)^2$. — Jaune vif. Petites plaques en forme de parallélogrammes. $d_{20^\circ}=1,50$.

$[CuCl^4](H^2NC^4H^8NH^2)$. — Jaune citron. $d_{20^\circ}=1,73$. Solubilité dans l'acétone très faible : environ 0g,04 au litre, à 20°; solution couleur champagne.

$[CuCl^4](C^9H^7NH)^2$. — Jaune. Petites lamelles brillantes qui, grossies 100 fois, sont de petits parallélogrammes presque rectangulaires. $d_{20^\circ}=1,56$.

$[CuBr^4](C^5H^5NH)^2$. — Noir brillant. Fines aiguilles qui, grossies 100 fois, apparaissent comme des bâtonnets cannelés. $d_{20^\circ}=2,23$.

$[CuBr^4](C^5H^{10}NH^2)^2$. Noir. Plaques en forme de parallélogrammes. $d_{20^\circ}=2,23$.

$[CuBr^4](H^2NC^4H^8NH^2)$. — Noir. $d_{20^\circ}=2,63$.

$[CuBr^4](C^9H^7NH)^2$. — Noir. Petites lamelles en forme de parallélogrammes presque rectangulaires. $d_{20^\circ}=1,99$.

Propriétés. — Les cupritétrachlorures sont jaunes et les cupritétrabromures noirs. Ils peuvent être conservés à l'air sans altération et ne sont pas déliquescents. Ils sont insolubles dans l'éther, le chloroforme, le benzène, le toluène, le xylène, le pinène, un peu solubles dans l'acétone, plus solubles dans les alcools. L'acide acétique dissout à froid les cupritétrabromures (solutions vertes) et légèrement à chaud les cupritétrachlorures. L'eau dissout ces complexes, mais en les dissociant. Les bases fortes, l'acide sulfurique, les décomposent facilement. L'acide bromhydrique transforme les cupritétrachlorures en cupritétrabromures. Chauffés, ces corps fondent, mais en se décomposant.

Préparation. — On mélange les solutions concentrées et chaudes de chlorure (ou de bromure) cuivrique et de chlorhydrate (ou de bromhydrate) de la base organique; on évapore, dans le vide, au-dessous de 60° C. environ. On fait recristalliser. Dans le cas de l'aniline, les solutions doivent être refroidies et la précipitation du cupritétrachlorure se fait en ajoutant un excès d'acide chlorhydrique.

Cas de la pipérazine. — La pipérazine ne donne pas directement les composés anhydres, mais des hydrates à $2H^2O$ qui perdent facilement cette eau, à la température ordinaire, dans le vide sec.

$[CuCl^4](H^2NC^4H^8NH^2), 2H^2O$ est jaune; $d_{20°} = 1,70$; il se présente sous forme d'un mélange de parallélogrammes, les uns voisins de losanges, les autres allongés et formant des aiguilles plates. Il est efflorescent. Son diagramme X de poudre cristalline diffère de celui du cupritétrachlorure anhydre.

$[CuBr^4](H^2NC^4H^8NH^2), 2H^2O$ est noir; $d_{20°} = 2,41$; il est analogue au précédent; les cristaux ont le même aspect.

Remarquons que ces composés diffèrent essentiellement des sels bleus ou verts du type Cl^2Cu, $2ClNH^4$, $2H^2O$ ou bien Br^2Cu, $2BrNH^4$, $2H^2O$; dans ceux-ci, l'eau semble bien être de l'eau de constitution, comme l'avaient fait remarquer MM. Urbain et Sénéchal (¹); car, disaient-ils, l'eau de cristallisation ne modifie pas la couleur des sels. L'existence des composés de la pipérazine décrits plus haut vient à l'appui de cette thèse, puisque ces sels sont jaunes et possèdent deux molécules d'eau de cristallisation faciles à enlever.

De plus, j'ai obtenu avec la pipérazine les composés suivants : en présence d'un grand excès de sel cuivrique les cupritrihalogénures $[CuCl^3]^2(H^2NC^4H^8NH^2)$ brun foncé, très fortement dichroïque et $[CuBr^3]^2(H^2NC^4H^8NH^2)$ noir; en présence d'un grand exès de chlorure, ou de bromure de pipérazine Cl^2Cu, $2Cl^2(H^2NC^4H^8NH^2)$, $4H^2O$ vert foncé et, de même, Br^2Cu, $2Br^2(H^2NC^4H^8NH^2)$, $4H^2O$ se présentant sous forme de belles aiguilles noires; ces sels perdent facilement $2H^2O$ vers 40 à 45°C. (le premier passe alors du vert au jaune); puis aux environs de 100° ils perdent les deux dernières molécules d'eau.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Formation de thio-dérivés protéiques à l'aide du sulfure de carbone*. Note de M. **Jean Loiseleur**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le sulfure de carbone peut réagir avec certains protéïdes (gélatine, ovalbumine, caséine) en donnant naissance à la production de thio-dérivés. Voici dans quelles conditions cette réaction peut avoir lieu :

1° maintien des constituants de la réaction en suspension aqueuse ou mieux hydro-alcoolique;
2° faible alcalinité du milieu;

(¹) Urbain et Sénéchal, *Introduction à la Chimie des complexes*. Paris, 1913, p. 426.

3° température de 40-45°, la réaction ayant néanmoins déjà lieu à la température ordinaire.

10g de caséine sont dissous dans 100cm³ de soude décinormale, puis additionnés d'un volume égal d'alcool éthylique. Dans cette solution très visqueuse, obtenue en 10-15 minutes, on introduit 10cm³ de CS^2. La masse jaunit immédiatement en virant peu à peu au rouge orangé à la fin de la réaction. On porte, pendant 15 minutes, au bain-marie à 40-45°, sous réfrigérant à reflux. Après refroidissement dans l'eau glacée, on précipite en ajoutant, lentement et sous agitation constante, 1500cm³ de SO^4H^2 N/20. A mesure de l'addition de l'acide, la solution devient laiteuse : un précipité blanc-crème, dont la texture rappelle celle de la fibrine, apparaît et se rassemble à la surface du liquide devenu limpide et incolore. (L'emploi d'une solution acide plus concentrée entraînerait la formation d'un précipité compact, difficile à laver.) Le précipité, essoré par serrage dans du papier-filtre, est conservé à *l'état humide*.

Ce précipité est insoluble dans l'eau, mais soluble dans les solvants organiques (CH^3OH, C^2H^5OH, CH^3COCH^3, $C^2H^4Cl^4$). On peut, pour purifier, répéter, à plusieurs reprises, la dissolution du produit dans l'alcool et la précipitation par l'eau; on élimine ainsi l'excès de CS^2 qui imprégnait le précipité. Le produit final est parfaitement blanc; il exhale une légère odeur alliacée.

En effectuant la réaction en présence d'un indicateur et en introduisant peu à peu la soude, on constate que la soude est absorbée rapidement, et ceci, avec une plus grande vitesse au début de la réaction qu'à la fin. L'action du CS^2 sur le protéide s'accompagnerait ainsi de la formation de nouvelles fonctions acides. La vitesse d'apparition de ces fonctions acides, la température relativement basse à laquelle on opère ainsi que la faible alcalinité du milieu semblent exclure l'hypothèse d'une hydrolyse du protéïde traité.

Quant au produit thiolé formé, il se dissout peu à peu avec dégagement progressif de H^2S, lorsqu'on le chauffe avec un acide minéral, ce qui indique qu'on se trouve en présence d'une combinaison sulfurée hydrolysable.

La dessiccation altère le précipité qui devient alors insoluble dans l'alcool. Bien que, de ce fait, l'analyse ne puisse être opérée, on pou[t] rapprocher cette réaction de l'action étudiée par Delépine [1] du CS

(1) Delépine, *Comptes rendus*, 144, 1907, p. 1125.

les amines, qui donnent facilement des thio-sulfocarbamates suivant la réaction

$$R - NH^2 + CS^2 + KOH = R - NH - CSSK + H^2O,$$

ces dérivés étant solubles dans les solvants organiques. On est ainsi conduit à étendre aux protéides la réaction de Delépine.

En résumé, le sulfure de carbone transforme certains protéides en thio-dérivés, vraisemblablement par formation de groupes thio-sulfocarbamiques sur certaines fonctions aminées. Il est remarquable que cette modification de la molécule protéique la rend soluble dans les solvants organiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Alcoolyse de l'huile d'olive*. Note [1] de MM. **Yves Volmar** et **Björge Hansen**, présentée par M. Marcel Delépine.

Haller et ses élèves ont montré [2] qu'en traitant un corps gras par un alcool absolu, en présence de gaz chlorhydrique sec, on transforme les acides gras qu'il renferme en éthers des points de fusion moins élevés que les glycérides, mais dont la séparation est néanmoins pénible, même sous pression réduite (10^{mm} de Hg).

Nous nous sommes proposé de reprendre ces recherches en utilisant un dispositif distillatoire imaginé par nous, muni d'une colonne de Vigreux, d'un séparateur continu et d'une trappe refroidie à 50°, dans lequel nous pouvions, au moyen d'une pompe Gaiffe à grand débit, maintenir un vide inférieur à 1^{mm} de Hg et nous avons cherché à déterminer par cette technique la composition exacte d'une huile particulièrement importante au point de vue des fraudes dont elle est l'objet, l'huile d'olive.

500^g d'huile d'olive ont été chauffés 8 heures au bain-marie avec 1500^{cm^3} d'alcool méthylique absolu, renfermant 2 pour 100 de gaz chlorhydrique sec; après refroidissement, le mélange, qui était devenu limpide, s'est séparé en deux couches; la couche supérieure renfermant les éthers méthyliques formés a été séparée et privée d'alcool, et la couche inférieure chauffée de nouveau avec de l'acool méthylique chlorhydrique jusqu'à saponification complète.

Les éthers méthyliques obtenus ont été ensuite rectifiés à plusieurs

---

(1) Séance du 12 novembre 1935.

(2) *Comptes rendus*, 143, 1906, p. 657 et 803; 144, 1907, p. 462.

reprises dans notre appareil sous une pression qui n'a jamais dépassé 1^{mm} de mercure. La distillation doit être effectuée lentement à une cadence de 30-40 gouttes à la minute. Nous avons ainsi pu obtenir :

1° entre 127-135°, un distillat qui, rectifié à nouveau, a passé presque entièrement entre 131 et 139°; par refroidissement, il s'est pris en masse et les cristaux, après purification dans l'éther de pétrole, se sont présentés sous la forme de lamelles onctueuses, fusibles à 28° et que nous avons pu identifier par l'analyse avec le palmitate de méthyle;

2° entre 145-152°, un liquide limpide, ne cristallisant pas par refroidissement, constitué presque exclusivement par de l'oléate de méthyle.

Nous avons pu, dans ce distillat, mettre en évidence la présence, à côté de l'oléate de méthyle, de petites quantités d'éther linoléique, caractérisé par la formation de tétrabromure suivant la méthode indiquée par MM. Volmar et Samdahl ([1]).

3° il nous est resté dans les parties ne passant pas au-dessous de 160°, une faible quantité d'une substance qui s'est solidifiée par refroidissement; nous l'avons purifiée par plusieurs cristallisations dans l'alcool méthylique et nous avons obtenu finalement des cristaux blancs, fusibles à 54° et que nous avons pu identifier avec l'arachidate de méthyle.

Nous avons effectué suivant la même technique, l'alcoolyse d'un certain nombre d'échantillons d'huiles d'olives de provenance connue, Provence, Nice, Algérie, Maroc, Tunisie, huiles de première ou de deuxième pression, huiles de grignons. Dans tous les cas, nous avons trouvé contrairement à l'opinion généralement admise :

1° à côté de l'acide palmitique, environ $0^g,19$ pour 100 d'*acide arachidique* qui s'accumule dans les parties les moins volatiles des produits de l'alcoolyse;

2° comme acide gras liquide, à côté de l'acide oléique environ 1 pour 100 d'acide linoléique;

L'acide arachidique est donc un constituant normal de l'huile d'olive; sa teneur est d'autant plus faible que l'huile est elle-même plus pure.

$0^g,19$ pour 100 dans les huiles de première pression;
$0^g,21$ pour 100 dans les huiles de deuxième pression;
$0^g,23$ pour 100 dans les huiles de grignons.

Ces résultats sont importants au point de vue de la recherche de l'huile

---

([1]) *J. Ph. et Ch.*, 8e série, 7, 1928, p. 106.

d'arachide dans l'huile d'olive. L'acide arachidique existant normalement à faible dose dans l'huile d'olive pure, il ne suffit pas pour caractériser la fraude de rechercher qualitativement cet acide, il peut être nécessaire de la doser et la méthode par alcoolyse est la seule qui permette d'effectuer ce titrage avec exactitude.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Paramètres cristallins du bromure double de cuivre et d'ammonium.* Note de M. **Alfred Silberstein**, présentée par M. Georges Urbain.

Kendricks et Dickinson (1) ont déterminé la structure des sels

$$Cl^2Cu.2ClR.2H^2O,$$

R étant un métal alcalin (K ou Rb) ou le radical NH^4. Ces sels cristallisent dans le système : quadratique; classe : holoédrique; groupe : $P4/mnm(D_{4h}^{14})$.

Deux groupes moléculaires $Cl^2Cu.2ClR.2H^2O$ entrent dans la maille élémentaire.

Nous avons mesuré les paramètres cristallins du bromure double de cuivre et d'ammonium.

$Br^2Cu.2BrNH^4.2H^2O$. — L'existence de ce corps a été signalée par M. Korninck (2).

Nous avons obtenu ce sel double en mélangeant des solutions concentrées de Br^2Cu et de $BrNH^4$ dans les proportions indiquées par la formule. La cristallisation fractionnée dans le vide sur de la potasse donne des cristaux verts, ayant la forme de prismes terminés par deux pyramides et applatis suivant la direction (110).

A titre de vérification, nous avons repris l'étude du sel double $Cl^2Cu.2(Cl.NH^4)2H^2O$ par les méthodes de Laue et du cristal tournant (3), nous avons retrouvé les résultats des auteurs américains.

Le bromure double de cuivre et d'ammonium est également quadratique, les examens cristallographiques montrent qu'il est isomorphe du chlorure.

---

(1) Hendrichs et Dickinson, *Journal of Americain Chemical Society*, **49**, 1927, p. 2149-62.

(2) Korninck, *Journal angew. Chemie*, **2**, 1888, p. 507.

(3) Hendricks et Dickinson ont travaillé à l'aide des diagrammes de Laue et de cristal oscillant.

Cette analogie est confirmée par les diagrammes de rayons X (diagrammes de Laue et de cristal tournant) :

N (nombre de molécules dans la maille élémentaire) = 2,

maille quadratique simple; groupe : $P4/mnm(D_{4h}^{14})$.

Les paramètres des mailles élémentaires des chlorure et bromure sont les suivantes :

Sels.	*a*.	*c*.	Densité observée.	Densité calculée.
$Cl^2Cu\,2ClNH^4\,2H^2O$ d'après nos mesures.	7,63 Å	7,97 Å	–	1,97
$Cl^2Cu\,2ClNH^4\,2H^2O$ d'après Hendricks et Dickinson	7,58 Å	7,96 Å	2,01	1,98
$Br^2Cu\,2BrNH^4\,2H^2O$	7,98 Å	8,41 Å	2,82	2,81

On remarque que l'accroissement de volume atomique relatif à l'halogène quand on passe du chlorure au bromure est d'environ $9(\text{Å})^3$, on observe le même accroissement dans le passage de $(Cl^6Pt)K^2$ à $(Br^6Pt)K^2$ (1).

Cette remarque peut prendre un certain intérêt si l'on pense que Hendricks et Dickinson supposent autour des atomes de cuivre un arrangement octaédrique des atomes d'halogène et des molécules d'eau. A partir des relations d'isomorphisme qui viennent d'être indiquées il est facile de déduire la structure du bromure double et celle du chlorure correspondant. La mesure des intensités des taches de réflexion permettra de vérifier cette structure et d'évaluer les paramètres.

GÉOLOGIE. — *Le quaternaire dans la région de Meknès* (Maroc). Note (2) de M. **Jacques Bourcart**.

La plaine, ou le plateau du Saïs, qui s'étend de Meknès à Fès, a été décrite par Louis Gentil (3), puis par M. F. Daguin (4). Ses deux gradins, séparés par une faille, doivent leur horizontalité à un puissant revêtement de calcaires lacustres très durs, les calcaires du Saïs, attribués le plus souvent au Pliocène ou même au Pontien, mais que j'ai toujours considéré comme l'équivalent du Quaternaire marin *dur* (grès de Rabat, etc.).

---

(1) M. Mathieu, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 45, 1929, p. 1002.

(2) Séance du 12 novembre 1935.

(3) *Bull. Soc. Géographie commerciale de Paris*, 36, nº 6, 1914, p. 385.

(4) *Étude géologique de la région prérifaine*, in-8°, Montpellier, 1927, p. 402.

Ces calcaires contiennent, en effet, une faune de Mollusques presque identique à celles des travertins du Tadla, des calcaires de Tiznit ou des lacs interdunaires de Casablanca et totalement différente de la faune pliocène du Maroc oriental. En outre, sans qu'aucune pièce n'ait pu jusqu'ici permettre une détermination spécifique, des ossements ou des défenses d'éléphant, complètement ferruginisés comme ceux du lac interdunaire d'Aïn Haliliga (Mazagan), ont été recueillis en divers points, notamment au cours de recherches d'eau à l'Aïn Ma'rouf.

Les descriptions de mes prédécesseurs laissent croire que partout ce sont ces calcaires du Saïs, recouverts d'un manteau de *terra rossa*, qui se montrent à la surface du plateau. Cela est souvent vrai; mais, sur le site même des deux villes nouvelles de Meknès et de Fès, des incidents survenus après la construction de nombreux immeubles, nous ont amené à effectuer des recherches qui montrent qu'un autre terrain vient affleurer, recouvrant le calcaire du Saïs. Une même surface horizontale tranche ces deux formations qui, l'une et l'autre, sont dissimulées sous des limons rouges.

A Meknès, les calcaires du Saïs, dont la partie supérieure se marque dans l'Oued bou Fekrane par un abrupt très net, percé de carrières, sont tout d'abord recouverts par une brèche de blocaux arrachés à cette formation et cimentés par un enduit travertineux. Cette brèche, d'épaisseur variable, peut atteindre 2^{m}; elle se termine par une croûte calcaire d'exsudation, analogue à la carapace *acheuléenne*. Sur cette surface, extrêmement irrégulière, percée de puits, repose une quarantaine de mètres au moins d'un *tuf* crayeux, parfois pseudo-pisolithique.

Ce calcaire, pulvérulent, a le plus souvent un aspect très spécial : il est cloisonné par des lames d'argile formant des polyèdres de 2^{cm^3}. Les argiles sont d'un grès vert, brunes par taches, se divisant facilement en bandes parallèles, brillantes et satinées.

Par place, très irrégulièrement, des lentilles fusiformes, horizontales, de plusieurs mètres de longueur, se montrent au milieu du tuf.

A la partie supérieure, la formation est interpénétrée par les limons rouges. Souvent, dans son sein, on trouve des poches d'« argile » rose, qui n'est qu'un produit de lévigation des limons. On y rencontre des blocs, parfois d'énorme dimension, de calcaire du Saïs, revêtus d'enduit stalagmitique rose. Ils sont manifestement en mouvement.

Les travaux d'urbanisation ont souvent amené le flétrissement de la structure polygonale du tuf. Celui-ci est alors transformé en boue fluente par les

eaux d'infiltration d'origine météorique ou ménagère. Il en est résulté de désastreux glissements.

A Fès, sur l'emplacement de la ville nouvelle ou au nord-ouest de la Médina, les conglomérats très durs, qui sont l'équivalent du calcaire du Saïs, sont revêtus par la même craie ([1]), mais très riche en dragées et en roseaux fossiles jusqu'à former un véritable travertin. Cette formation est exploitée en grandes carrières pour servir de matériau pour le « toub » dont sont faites les maisons arabes.

On peut, par suite de sa position stratigraphique, assimiler cette formation aux calcaires crayeux à *Helix* de l'Aguedal de Rabat, équivalent des couches fossilifères de Témara, peut-être aux craies blanches à Antilopes et Bubales du Bou Ladjéraf près de Taza. C'est certainement aussi un dépôt de lac; mais peut-être de lac temporaire, marécage ou merdja.

Les puits de recherches, effectués pour résoudre un problème de fondations, nous ont en outre appris que les terres rouges du Saïs sont une formation totalement indépendante, débutant par un cailloutis, un véritable limon d'inondation, et non une *terra rossa* résidu de la dissolution du calcaire.

La structure polygonale des tufs du Saïs pose, elle aussi, des problèmes difficiles tant au point de vue de sa genèse que des conséquences techniques graves qu'entraîne toute perturbation dans son équilibre hydrique.

GÉOLOGIE. — *Sur la découverte de nummulites dans les grès nummulitiques des Alpes-Maritimes et sur l'origine de cette série de couches.* Note de M. **Sivasunden Deb**, présentée par M. Henri Douvillé.

Postérieurement à la découverte d'une Lépidocycline de petite taille dans un grès placé au milieu de la formation des grès d'Annot ([2]), j'ai rencontré, dans d'autres échantillons de la même série arénacée, quelques micro-organismes de petite taille, qui me permettent de préciser davantage l'âge de ce complexe gréseux.

A Contes et auprès du Col de Nice, on trouve une série assez grossière avec peu d'intercalations argileuses, développée directement au-dessus des

([1]) Déjà signalée par Louis Gentil (*Bull. Soc. géologique de France*, 4e série, 18, 1918, p. 155).

([2]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 841.

marnes bleues priaboniennes. Cet ensemble de couches marno-gréseuses, micacées, de couleur variant entre le brun foncé et le gris blanchâtre, constitue la base de l'épaisse série des grès grossiers du type d'Annot. Ces dépôts, formant la base de la série, sont plutôt littoraux avec des conglomérats grossiers et des grès à gros grains et quelques rares intercalations de faciès marneux. Par contre, à Berre, dans l'axe du synclinorium, les dépôts du sommet de la formation sont seulement néritiques, avec des grès à éléments fins, absence de conglomérats grossiers et, de nouveau, des intercalations argilo-marneuses. L'augmentation progressive de la profondeur de la mer alpine au cours de ces dépôts est bien marquée par le changement graduel des sédiments de cette formation.

Les micro-fossiles que j'ai recueillis sont de petites dimensions. Dans la région de Berre, au sommet de la formation, j'ai trouvé dans une préparation deux espèces différentes. La première est une section équatoriale de Nummulite de petite taille, son diamètre n'atteignant pas 1^{mm}. M. H. Douvillé, qui a bien voulu examiner mes préparations, considère que cet organisme a une parenté très étroite avec les Nummulites du couple *contortus-striatus*.

Le second micro-fossile que j'ai trouvé dans la même région de Berre pourrait, d'après M. Douvillé, être rapporté à *N. intermedius* de l'Oligocène. Ce micro-fossile montre seulement les réseaux superficiels, très serrés, à mailles polygonales, irrégulières, arrondies à leurs extrémités. Il y a quelques impressions fines de granules. La dimension moyenne est $1^{mm},40$.

Le troisième fossile a été trouvé dans la région de Saint-Antonin dans un grès à éléments fins, contemporain du Grès d'Annot et reposant sur le Priabonien raviné par un conglomérat très grossier. Il se présente en section axiale, associé à beaucoup de Textulaires. Ses diamètre et épaisseur sont respectivement de $0^{mm},93$ et de $0^{mm},41$. Cette Nummulite ressemble beaucoup à *N. incrassatus* de La Harpe.

Les formations nummulitiques arénacées dans la région des Alpes-Maritimes étaient considérées jusqu'ici comme azoïques et l'âge de cette série était douteux. La découverte d'une Lépidocycline au milieu de la série des Grès d'Annot et la rencontre de niveaux à petites Nummulites, tantôt au sommet de ces grès, tantôt vers leur base, donnent un cachet nettement oligocène à la faune, jusque-là inconnue dans les Alpes-Maritimes, de cette formation.

D'autre part, toutes les séries gréseuses nummulitiques rencontrées dans

les différents synclinaux des Alpes-Maritimes dérivent manifestement de la même origine. Ces grès sont tous à ciment de carbonate de chaux et caractérisés par la présence des mêmes constituants lithologiques. Dans le Grès d'Annot typique, qui a une épaisseur de 300^m environ, on trouve, à la base de la formation, une abondance de Grenat, Zircon, Tourmaline, Biotite et quelques rares morceaux de Staurotide et Andalousite, tandis qu'au sommet de cette série, les éléments précédents diminuent considérablement et qu'il y a augmentation des minéraux du groupe des alumino-silicates, tels que Andalousite, Staurotide, Zoïsite. La plupart des éléments de la base de la série ont une allure très usée et il semble qu'ils proviennent de la destruction de sédiments antérieurs. Cela permet de penser qu'au début de la formation des Grès d'Annot s'est surtout produite une érosion de roches superficielles sédimentaires et éruptives. Puis, progressivement, les roches plus profondes du massif cristallin du Mercantour ont été attaquées jusqu'à la cata-zone de métamorphisme, qui a fourni l'abondance de minéraux alumino-silicatés de métamorphisme rencontrés au sommet de la série. Il est intéressant de rapprocher cette hypothèse du fait qu'actuellement le Massif du Mercantour se montre assez profondément érodé pour ne plus laisser apparaître que des gneiss et micaschistes avec amphibolites, autour d'un noyau granitique central.

GÉOLOGIE. — *Sur la répartition des basses alluvions dans la vallée de la Loire.* Note de M. G. **Denizot**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Les diverses études sur les terrasses de la Loire concordent pour distinguer un Bas-niveau vers 15^m sur ce fleuve : les alluvions, épaisses d'une quinzaine de mètres, ont fourni l'industrie moustérienne, et leur base contient du Chelléen. Mais si le niveau a bien 15^m vers l'embouchure, j'ai reconnu [1] qu'il fléchissait à 11^m près d'Angers, reprend 15^m vers Bourgueil, puis s'élève à 21 ou 22^m en amont d'Orléans.

Ces variations s'expliquent par des écarts de profils, modifiant les pentes du septième seulement : faible proportion, vu les inégalités d'une section à l'autre et les variations annuelles en un même lieu.

---

(1) G. Denizot, *Revue scientifique* du 10 mai 1930, 68, p. 266; *Soc. archéol. vendômois*, 69, 1930, p. 40. Antérieurement, j'avais raccordé ces terrasses de 21-22^m à un Moyen-niveau, qui est en réalité plus élevé.

Cependant, autour d'Orléans, les choses sont plus complexes. De Vineuil près Blois, deux terrasses, à 22 et 15^m, se suivent étagées jusqu'à Olivet où elles ont 21 et 17^m, celle-ci datée par du Moustérien. En amont, ces deux terrasses deviennent indistinctes [1].

En face, à Orléans, il apparaît une terrasse de 18^m qui plus loin, à Châteauneuf, s'élève à 21^m : elle a fourni là du Chelléen à sa base (6^m), en haut l'Acheuléo-moustérien.

En amont, un niveau unique a 19^m à Gien et 17^m à Briare.

Ainsi le Bas-niveau venant de l'amont se surélève et se subdivise vers Orléans : la subdivision supérieure se suit devant Blois, et c'est l'inférieure qui se prolonge par les basses terrasses de l'aval. Cet épisode vers la fin du remblaiment de Bas-niveau concorde avec le déplacement vers l'Ouest du coude de la Loire.

Certaines études [2] ont signalé des alluvions plus basses, spécialement dans les parties élargies de la vallée.

A droite de la Vallée d'Anjou, une terrasse de 5^m repose sur le Primaire à Trélazé et sur le Cénomanien à Mazé, bien séparée de la basse terrasse qui atteint ici 11^m : les terrasses de Vivy et de Lécé-Montachamps, 6^m, sont étagées sous la basse terrasse de Bourgueil (15-16) : toutes ces très basses alluvions paraissent minces. En face, le Véron est à 7^m [3].

A gauche du Val d'Orléans, de Saint-Cyr à Sully, une surface alluviale est nettement étagée sous les basses terrasses. Les écarts de cette surface, de 8 à 10^m sur la Loire, reproduisent de semblables inégalités de la surface des vals et des alluvions actuelles et ne constituent nulle part une subdivision. Les alluvions reposent sur le Miocène à 5 ou 6^m au-dessus de la Loire.

Il existe donc de très basses terrasses, qui d'après leur allure peuvent se constituer dès l'embouchure vers la cote 5, et se suivent au moins jusqu'à

---

(1) Ces dispositions ont été données comme *terrasses polygéniques* (E. Chaput, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 2187; *Bull. Soc. géol. Bretagne*, 5, 1924, p. 197), et expliquées par des glissements du lit. Mais nous avons ici des paliers étagés, et non la surface inclinée vers le talweg visée par cette théorie. D'ailleurs à l'aval d'Orléans la vallée est à peu près rectiligne et assez étroite : les déplacements latéraux du lit ne peuvent intervenir comme facteur de variations des hauteurs. J'ai montré que cette théorie polygénique ne convenait pas non plus à la Garonne (*Bull. Soc. Hist. nat. Toulouse*, 67, 1928, p. 346).

(2) E. Chaput, *Terrasses alluviales de la Loire*, 1917; G. Denizot, *Soc. scient. Angers*, 68, 1928, p. 71; R. Dion, *Le Val de Loire*, 1934.

(3) La cote 43 inscrite sur la carte, NW d'Avoine, est fausse : elle se rectifie à 36, d'après les repères voisins du Nivellement général.

Briare. Elles sont emboîtées dans les basses terrasses, mais n'ont qu'une faible épaisseur : leur constitution a la signification d'un temps d'arrêt plus que d'un remblaiment autonome.

Le Quaternaire offre donc dans la vallée de la Loire, à partir des anciens niveaux vers 30^m, la succession suivante : 1° une régression, lors de l'époque chelléenne, abaissant la mer et les talwegs près de leurs situations actuelles ou même plus profondément; 2° une transgression marine vers la cote +15, la création corrélative dans la vallée de basses terrasses, avec des inégalités et complications dues à des modifications de profils; 3° une nouvelle régression, au cours de laquelle un stationnement vers +5 a déterminé un très bas niveau; 4° la suite de cette régression, conduisant la mer à un niveau bien inférieur à l'actuel, vers — 30, avec creusement de la vallée jusqu'à plus de 10^m encore sous l'étiage à Saumur; 5° la transgression flandrienne, à l'issue de laquelle la mer et les talwegs ont atteint des situations voisines des actuelles et constitué le niveau récent avant l'âge du Bronze; 6° de faibles variations modernes.

Il n'est pas possible de raccorder les terrasses par la seule considération des hauteurs brutes au-dessus des étiages : les niveaux alluviaux présentent des écarts, dont l'explication est donnée par des modifications hydrométriques.

GÉOLOGIE. — *Stratigraphie des alluvions quaternaires anté-wurmiennes du Grésivaudan et de la vallée de Chambéry*. Note de M. **Franck Bourdier**, présentée par M. Charles Jacob.

Ces alluvions se présentent sous forme de lambeaux de terrasse, dominant parfois de 150^m et plus, les bords des plaines d'alluvions modernes de l'Isère et de la Leysse. J'ai étudié leurs affleurements aux environs de Grenoble (Eybens, Saint-Nazaire), de Chapareillan (La Flachère, la Gache, ravins du Furet et du Cernon) et de Chambéry (Voglans, Sonnaz, la Croix-Rouge). Leur partie inférieure montre des sédiments lités (à varves) contenant des intercalations morainiques et devant dater du retrait d'une glaciation anté-wurmienne, probablement de Riss; au-dessus viennent des lignites franchement interglaciaires et des alluvions fluviatiles; le tout est raviné par la glaciation la plus récente qui est, par définition, le Wurm.

Reprenons l'étude plus détaillée de ces diverses formations. Les sédiments lités, sables fins ou argiles, apparaissent entre les cotes 240-280,

alors que le thalweg actuel est aux cotes 255-220. A Eybens, les argiles, ayant au moins 40^{m} de puissance, ne contiennent pas le moindre gravier. Elles se présentent en bancs épais de 15 à 20^{cm}, formés chacun de lits gris foncé et séparés par des lits gris clair, dont l'épaisseur varie de 1^{cm} à moins de 1^{mm} et qui s'amincissent et s'espacent de la base vers le sommet de chaque banc. Ces bancs, tous semblables, témoignent de l'influence de phénomènes périodiques dans la sédimentation : chacun semble correspondre à un dépôt annuel et chaque lit doit marquer seulement une modification de faible durée dans ce dépôt. Ainsi, nos 40^{m} d'argile se seraient formés en deux ou trois siècles au plus ([1]). Ces curieux sédiments lités se sont probablement déposés dans un lac formé à l'aval du glacier anté-wurmien en voie de retrait. Il y aurait eu des retours de ce glacier dans le lac, témoignés par des intercalations morainiques dans les sables qui sont signalées à Voglans ([2]), à la Croix Rouge ([2]) et à la Gache ([3]). A Eybens et à la Gache, dans les sédiments lités, paraissent emboîtés des sables plus grossiers, montrant à la Gache une structure de delta lacustre et passant vers le haut à des alluvions à galets roulés.

Cet *emboîtement* s'explique si l'on admet que les sédiments lités ont épousé en se déposant la forme de la cuvette lacustre : les deltas déposés ensuite au fond du lac se sont trouvés en contre-bas des sédiments lités déposés avant eux sur les bords. Sur ces bords se sont alors formés des dépôts palustres, en particulier des limons à Gastropodes, et des lignites, dont on ne trouve que quelques traces à Eybens, mais qui atteignent de 1 à 4^{m} d'épaisseur dans les régions de Chapareillan et de Chambéry, où ils forment peut-être deux complexes : celui de Voglans (cote 280) et celui de La Flachère-Sonnaz (cote 320-330). Vivien ([2]) signale dans ce lignite des feuilles de buis ([4]) qui indiquent un climat voisin du nôtre, donc franche-

---

([1]) Si l'on admettait que chaque lit représente les dépôts d'une année on arriverait à une durée invraisemblablement longue et la variation périodique de ces lits, qui détermine les bancs, serait difficilement explicable.

([2]) J. Vivien, *Bull. Soc. hist. nat. Savoie*, 2e série, 3, 1895, p. 170.

([3]) D. Hollande, *Bull. Soc. hist. nat. Savoie*, 2e série, 4, 1896, p. 16-23. — Cette intercalation de la Gache est la seule qui soit incontestablement en place; malheureusement elle n'est pas, comme les deux autres, directement recouverte par les lignites; il peut donc subsister quelques doutes sur son âge.

([4]) J'ai aussi trouvé au Furet une empreinte, examinée par M. Depape, et qui me paraît identique, comme forme, à la feuille de *Buxus sempervirens* var. *angustifolia* *Mill. Loud.*

ment interglaciaire. Le comblement continuant, favorisé peut-être par un affaissement de la région suivie d'exhaussement, les nappes de galets roulés se déposèrent jusqu'à la cote 500 à Eybens, recouvrant soit les lignites, soit des cônes de déjection à matériaux locaux observables à Eybens (étudié par P. Lory) à Saint-Nazaire, au Cernon etc.

Nos alluvions anté-wurmiennes sont ravinées par des formations torrentielles ou fluvio-glaciaires et par les vallum bien conservés de la glaciation wurmienne qui descendent jusqu'au niveau de la plaine alluviale moderne.

M. P. Lory considérait la partie de nos alluvions, « emboîtée » dans les sédiments lités à Eybens, comme formant un deuxième complexe alluvial déposé après le Wurm et recouvert par les moraines du « stade d'Eybens » (Néowurmien de W. Kilian). L'interprétation que j'ai donnée de cet emboîtement, me permettant de ne conserver qu'un seul complexe, me semble plus simple et plus conforme aux faits observés. W. Kilian plaçait entre le Wurm et le Néowurm les alluvions à lignites interglaciaires de Chapareillan et de Chambéry, qui constituaient ainsi le seul argument solide en faveur de l'individualité de son Néowurmien. Leur étude m'a montré qu'elles sont certainement antérieures au Wurm par suite de leurs ressemblances avec celles du premier complexe d'Eybens, considéré par W. Kilian lui-même comme anté-Wurmien, et avec celles de la Suisse (1), contenant des « charbons feuilletés » semblables à nos lignites, et dans lesquelles on a trouvé *Elephas antiquus* du Quaternaire ancien.

En résumé les faits que je viens d'exposer semblent confirmer l'existence de deux glaciations dans les Alpes françaises; ils me conduisent à placer les lignites de la région Chapareillan-Chambéry dans un interglaciaire anté-wurmien et à mettre fort en doute l'existence du Néowurmien.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Le fleuve Mahajamba à Madagascar et ses captures temporaires par le Kamoro*. Note (2) de M. **Raymond Decary**.

La côte nord-ouest de Madagascar est marquée par une série d'immenses baies dans lesquelles aboutissent des rivières au cours subméridien approximativement parallèles. La Mahajamba notamment atteint la mer dans une

---

(1) Ressemblance déjà signalée par M. M. Gignoux, *C. R. somm. Soc. géol. Fr.*, 8, 1934, p. 99.

(2) Séance du 23 septembre 1935.

baie encombrée de palétuviers à 80^{km} au nord-est de Majunga, et la Betsiboka, grossie sur sa rive droite du Kamoro, se jette dans la baie de Bombetoka près de Majunga.

Depuis 1864, la Mahajamba a subi de la part du Kamoro deux captures successives séparées par une période pendant laquelle elle a repris son cours primitif. Il y a quelques mois, elle a de nouveau changé de direction, c'est-à-dire pour la cinquième fois en moins d'un siècle.

Ce fleuve, long de 290^{km}, naît dans la région de Marotsipoy et passe à l'ouest de la ville de Tsaratanana. A sa sortie des terrains cristallins et après avoir franchi les rapides du Tampoketsa, il traverse les sables triasiques de la dépression périphérique, puis les formations laguno-marines du Jurassique moyen.

En cet endroit il arrive dans la plaine marécageuse d'Andranolava, que bordent à l'ouest les pentes du plateau de Maroadabo. Au milieu de cette plaine, il s'étale dans un lit sans profondeur pour atteindre plus au Nord la mer par une trouée à travers les calcaires de l'Ankarafantsika.

Dans cette plaine aussi coule parallèlement un petit affluent de droite, appelé lui-même Andranolava qui n'atteint la Mahajamba que plus au nord, en aval du village de Tongarezy.

C'est un peu au nord du village d'Andranolava, dans la région de la plaine d'Anjialava, que le Kamoro, dans son cours moyen, a capté à deux reprises la Mahajamba par l'intermédiaire d'un affluent, le Kabango.

Avant 1864 (1), le lit de la Mahajamba au nord d'Andranolava se trouvait à l'ouest du ruisseau du Mandravolanjana actuel. Les côtes allaient de 80^{m} à Andranolava, à 57^{m} à 25^{km} en aval, au confluent du Kimangoro.

En 1864 se produisit une première capture par le Kamoro, sur laquelle on manque de renseignements précis.

Cette capture fut suivie d'un retour au thalweg primitif, mais en temps de crue une partie de la Mahajamba continuait à s'écouler dans le Kamoro par l'intermédiaire du Kabango.

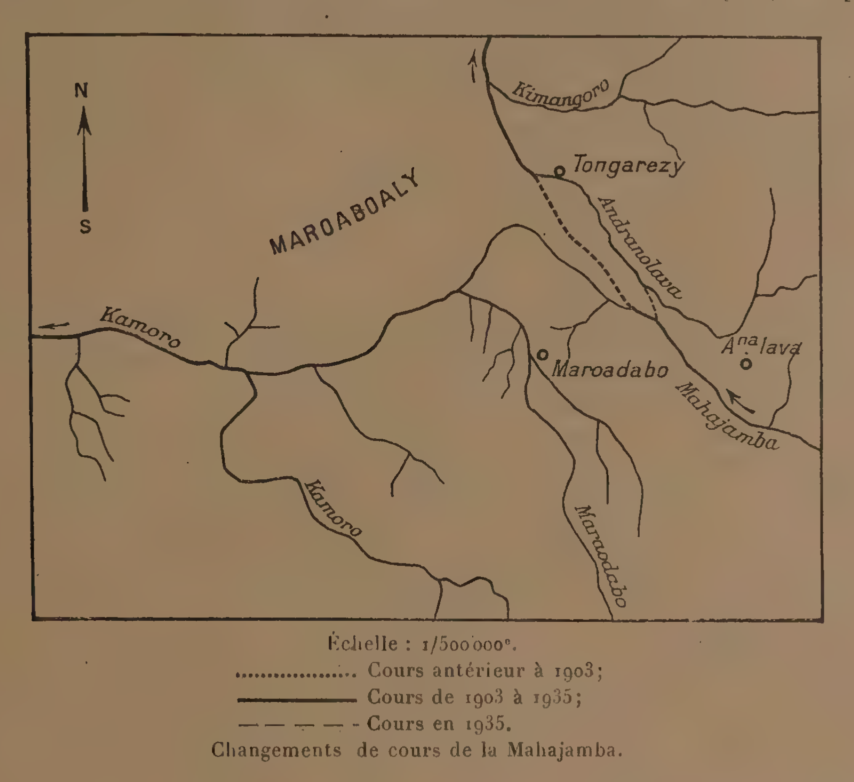
En février 1903 (2), le Kabango qui se trouvait à une cote un peu inférieure et n'était séparé de la Mahajamba que par le seuil de Tsinjorano, capta de nouveau cette dernière à la suite de pluies diluviennes. Les terres latéritiques du seuil qui n'était haut que d'une dizaine de mètres furent désagrégées et les eaux de la Mahajamba se déversèrent de nouveau dans le Kamoro.

---

(1) M. Longuefosse, *Bull. Acad. malgache*, **13**, 1930, p. 162.
(2) Jean Tilho, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 752.

Un équilibre stable semblait alors s'être établi; le fleuve dans son nouveau lit coulait entre des berges nettes, et l'ancien cours d'eau que les Malgaches avaient dénommé Mahajamba maty (morte), transformé en une dépression marécageuse, disparaissait sous une couverture de joncs et de roseaux. Il ne retrouvait d'eau que plus au nord, à partir du confluent du Kimangoro.

Au cours de la première quinzaine du mois de février 1935, des pluies



Échelle : 1/500 000e.
.... Cours antérieur à 1903;
———————— Cours de 1903 à 1935;
— — — — - Cours en 1935.
Changements de cours de la Mahajamba.

d'une abondance inusitée tombèrent dans tout le bassin supérieur de la Mahajamba; le fleuve monta de plusieurs mètres à l'entrée de la plaine alluvionnaire et, ne pouvant s'étendre vers l'ouest où il était arrêté par les contreforts du plateau de Maroadabo, s'étala en direction de l'est où il rejoignit son propre affluent de droite, l'Andranolava; il emprunta le lit de ce dernier en l'élargissant fortement et, par son intermédiaire, retrouva plus au nord son thalweg primitif, un peu en aval de Tongarezy. En même temps, la déviation vers le Kamoro par l'affluent du Kabango s'ensablait rapidement.

Aujourd'hui la quantité d'eau qui s'écoule par le Kabango est insi-

gnifiante et l'ancien lit sera pratiquement à sec au mois d'octobre prochain.

Par contre la rivière Andranolava, qui n'avait que quelques mètres de largeur, atteint maintenant une quarantaine de mètres à hauteur du Tongarezy.

On relève donc ainsi l'existence de cinq modifications successives :

1° Antérieurement à 1864, cours nord-sud; 2° en 1864 et pendant une durée qui ne peut être déterminée d'une façon précise, capture par le Kamoro; 3° retour au lit primitif; 4° en 1903, deuxième capture par le Kamoro; 5° en 1935, le fleuve, empruntant la vallée de l'Andranolava, coule de nouveau vers le nord.

Il est fort possible que de nouvelles crues entraînent une fois de plus une capture par le Kamoro.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'assimilation de l'acide oxalique par l'*Aspergillus niger. Note de MM. **Denis Bach** et **Jean Fournier**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

En 1925, l'un de nous ([1]) a établi que l'action infertilisante de l'acide oxalique doit être attribuée à la molécule non dissociée (COOH—COOH) ou aux ions (COOH—COO—). Peu après, T. Sakamura ([2]) en s'inspirant de notre technique, montrait que l'acide oxalique, à concentration suffisamment faible, peut servir d'aliment carboné à l'*Aspergillus niger*, mais que l'absorption ne se fait que lorsque le milieu renferme des molécules (COOH—COOH) nonionisées. Ces résultats cadrent parfaitement avec le fait aujourd'hui bien connu que la perméabilité de la cellule végétale s'exerce avant tout à l'égard des molécules non dissociées.

Nous avons d'abord repris, avec l'*Aspergillus niger*, les expériences de Sakamura et nous sommes arrivés aux mêmes résultats : dans les cultures directes à partir des spores, l'acide oxalique n'est assimilé que si le milieu est assez acide pour contenir encore des molécules (COOH—COOH) non dissociées. Mais les variations considérables qui surviennent dans la composition du milieu par suite de la longueur de la culture, en particulier dans la concentration des ions H, provoquent des modifications incessantes dans

([1]) D. Bach, *Thèse Sciences*, Paris, 1925.

([2]) T. Sakamura, *Japan. Journ. of Bot.*, 3, 1927, p. 207.

l'état de dissociation de l'acide oxalique, ce qui rend l'interprétation des faits difficile.

Si l'on place au contraire un mycélium déjà développé et de masse relativement considérable sur une solution nutritive renfermant l'acide oxalique, on se met en partie à l'abri des causes d'erreur inhérentes à la méthode de culture directe. Nous avons utilisé dans ces expériences des mycéliums de 5 jours développés sur un milieu synthétique (glucose, NO^3NH^4, sels minéraux) et pesant environ 200^{mg}. On les fait agir, après les avoir débarrassés de toute trace du milieu initial, sur des solutions nutritives de composition variée, mais renfermant toujours 140^{mg} d'acide oxalique par fiole. La réaction s'effectue à l'étuve à 30°.

Première série. — Milieux complets, glucosés, ajustés à pH 2,08, 2,93, 3,90 et 4,87. Dans tous les cas, la consommation de l'acide oxalique est élevée et atteint 9 à 15^{mg} en 8 heures.

Deuxième série. — Mêmes milieux glucosés, mais additionnés d'un tampon : phtalate ou citrate de soude et ajustés à pH 4,15 et à pH 4,97. La consommation est ici beaucoup plus élevée et atteint en 8 heures 30^{mg} (milieu au phtalate à pH 4,15) et 19^{mg} (milieu au citrate de pH 4,97). Cela correspond à une énorme augmentation de poids des mycéliums qui doublent et même triplent de poids en 24 heures.

Troisième série. — On supprime le glucose des milieux, ce qui ne permet plus le développement du mycélium. Malgré l'absorption de l'acide oxalique, les voiles n'augmentent pas de poids, même après 24 heures. Les résultats détaillés de cette expérience sont donnés ci-dessous :

		Après 8 heures.			Après 24 heures.		
	pH initial.	pH.	Acide oxalique disparu.	Poids du mycélium.	pH.	Acide oxalique disparu.	Poids du mycélium.
I......	2,75	3,24	15	202	3,30	30	192
		3,20	10	192	4,10	28	192
II......	3,31	3,67	10	208	3,98	19	171
		3,63	9	200	3,82	15	170
III......	3,95	4,69	13	195	5,47	16	171
		4,69	13,5	205	5,53	16	174
IV......	5,29	5,81	4	184	5,85	5	161
		5,76	4	180	5,95	5,5	161
V......	6,35	6,30	2	188	6,38	1	164
		6,33	1	186	6,35	1	160

L'absorption de l'acide oxalique est manifeste au bout de 8 heures dans les trois premiers milieux et, même dans le milieu IV dont le pH initial est égal à 5,29, elle atteint encore 4^{mg}. Mais à partir de la huitième heure, le pH étant passé à 5,80, l'absorption est pratiquement supprimée : 1^{mg} dans

les 16 heures suivantes. L'absorption est aussi pratiquement nulle dans le milieu V où le pH initial est égal à 6,25. Les variations de la concentration des ions H dans le sens de l'alcalinisation sont visiblement conditionnées par la seule absorption de l'acide.

Les courbes de dissociation de l'acide oxalique montrent que la molécule neutre atteint une concentration pratiquement nulle dans les milieux à pH 3,5. La forme (COOH — COO) passe par un maximum à ce pH et se dissocie intégralement à pH 6,5 environ. L'absorption que l'on observe au delà de pH 3,5 ne peut s'expliquer que par la pénétration de la forme *oxalate acide* concurremment avec celle de la molécule non ionisée dans les milieux plus acides. Cela confirme les données obtenues par l'un de nous sur le pouvoir infertilisant de l'acide oxalique. Par contre les résultats ainsi obtenus avec la méthode des voiles préformés s'opposent, sur un point tout au moins (absorption de la forme *oxalate acide*) aux faits observés par Sakamura et par nous-mêmes en utilisant la méthode des cultures directes. La raison de ces divergences ne nous apparaît pas clairement et appelle de nouvelles recherches.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'existence, dans le* Bacillus tumefaciens, *d'une endotoxine capable de provoquer la formation de tumeurs chez les végétaux.* Note de MM. **André Boivin**, **Max Marbe**, Mme **Lydia Mesrobeanu** et M. **Petre Juster**, présentée par M. Félix Mesnil.

Ainsi que deux d'entre nous l'ont montré [1], de nombreuses bactéries renferment un complexe glucido-lipidique qui représente à la fois l'antigène somatique *complet* (antigène O), responsable de la spécificité de type de ces bactéries, et le constituant principal de leur endotoxine. Pour isoler cette substance, il suffit de traiter les bactéries par l'acide trichloracétique : les protéines microbiennes sont coagulées par le réactif et le complexe antigénique diffuse hors des cadavres bactériens [2].

---

(1) A. Boivin et L. Mesrobeanu (en collaboration avec I. Mesrobeanu et avec B. Nestorescu), *C. R. Soc. Biol.*, **114**, 1933, p. 307; **115**, 1933, p. 306; **118**, 1934, p. 612 et 614; **118**, 1935, p. 727 et 1671; **119**, 1935, p. 209. *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 2124 et 2211; **201**, 1935, p. 168.

(2) Voir A. Boivin, L. Mesrobeanu et I. Mesrobeanu, *Arch. roumaines Path. exp. et Microbiol.*, **8**, 1935, p. 45 à 86; A. Boivin et L. Mesrobeanu, *Revue d'Immunologie* (sous presse). — Ces deux Mémoires renferment une description détaillée de la technique à l'acide trichloracétique.

La technique à l'acide trichloracétique nous a permis d'isoler l'antigène complet renfermé dans le *Bacillus tumefaciens*.

Il s'agit d'une substance solide, dont les solutions aqueuses sont opalescentes et qui n'est pas du tout dialysable. Sa microanalyse élémentaire (méthodes de Pregl) donne les résultats suivants (pour 100) :

C = 44,0; H = 7,4; N = 1,7; P = 1,0; cendres sulfuriques = 4,8. A l'hydrolyse acide (ClH), elle libère 40,8 pour 100 de son poids de sucres réducteurs (exprimés en glucose) et 18,1 pour 100 de son poids d'acides gras. Chauffée à 100°, en milieu faiblement acidulé par l'acide acétique, elle perd ses acides gras et laisse en solution sa fraction glucidique sous forme d'un polysaccharide lentement dialysable (antigène « résiduel »).

Le complexe glucido-lipidique est spécifique, car il précipite à haute dilution et spécifiquement par le sérum antibactérien obtenu en injectant le *Bacillus tumefaciens* au lapin. Comme il est de règle, cette spécificité est due à la fraction glucidique du complexe et le polysaccharide libre précipite lui aussi par le sérum antibactérien. Des expériences de dialyse fractionnée nous ont montré que les bactéries non autolysées ne renferment pas d'antigène résiduel préformé, en addition à l'antigène complet qui constitue autour de 3 pour 100 de leur poids sec. Le complexe est antigénique au sens plein du terme, car, injecté au lapin à doses répétées, il déclenche l'apparition de précipitines dans le sang de l'animal. Il mérite donc bien l'appellation d'antigène complet.

L'antigène complet est doué d'une certaine toxicité pour l'animal, mais il faut atteindre $0^{mg},5$ à 1^{mg} de substance pour tuer la souris par injection intrapéritonéale, alors qu'on tue le même animal avec des doses dix fois moindres des antigènes complets extraits des microbes du groupe Eberth-colibacille. Quant à l'antigène résiduel, il est, selon la règle, dépourvu de toute toxicité.

Injecté dans de jeunes tiges d'*Heliantus annuus* (Grand Soleil), l'antigène complet du *Bacillus tumefaciens* provoque le développement de tumeurs organisées aux dépens de la région corticale de la tige. Ces tumeurs, qui sont déjà nettement formées au bout d'un mois, atteignent leur plein développement après deux à trois mois. Elles ressemblent alors beaucoup, par leur taille et par leur aspect extérieur, aux tumeurs obtenues parallèlement sur d'autres pieds de la même plante, par injection du *Bacillus tumefaciens* vivant. Nous avons obtenu des tumeurs chez 28 individus sur 36 injectés avec l'antigène du *Bacillus tumefaciens* et chez 30 individus sur 36 injectés avec la bactérie vivante. 36 témoins injectés avec du sérum

physiologique et 36 témoins injectés avec de l'antigène complet extrait d'un bacille du groupe Eberth-colibacille, le bacille d'Aertrycke, n'ont donné lieu au développement d'aucune tumeur. Quelques essais, pour provoquer la formation de tumeurs chez le *Pelargonium*, par injection d'antigène *tumefaciens*, sont restés sans succès, la majorité des plantes mourant rapidement après l'injection. Il y a là sans doute une question de dose à préciser.

Ainsi l'endotoxine spécifique renfermée dans le *Bacillus tumefaciens* semble bien être responsable de la formation des tumeurs chez les plantes infectées par cette bactérie. Il serait d'un haut intérêt de rechercher si la tubérisation des racines d'Orchidées et si la formation de nodosités sur les racines des Légumineuses s'expliquent de même par l'intervention d'une endotoxine présente dans les microorganismes qui infectent ces racines. Quant au mécanisme qui provoque la multiplication des cellules végétales, sous l'action de l'endotoxine du *Bacillus tumefaciens*, il reste bien entendu aussi obscur que le mécanisme qui amène les cellules animales à proliférer sous l'influence des substances « carcinogéniques ».

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Immunité et hypersensibilité du* Pelargonium *vis-à-vis des réinfections par le* Bacterium tumefaciens. Note de M. **Joseph Magrou**, présentée par M. Antonin Gosset.

Divers auteurs ont observé que des plantes portant des tumeurs expérimentales provoquées par le *B. tumefaciens*, offrent un état réfractaire plus ou moins prononcé vis-à-vis des réinoculations du même germe. Le fait a été signalé pour le *Chrysanthemum frutescens* par E. F. Smith, Mlle Brown et M. Townsend (1); pour le *Pelargonium zonale* par M. Arnaudi (2). Par contre M. Riker, chez la Tomate (3), M. Nobécourt chez le Ricin et l'Euphorbe n'ont rien constaté de semblable (4).

Nous avons pratiqué des réinoculations chez des *Pelargonium* inoculés depuis trois à quatre mois et portant des tumeurs volumineuses, en pleine activité. Les tiges précédemment inoculées ont reçu, dans chacun des

---

(1) E. F. Smith, N. A. Brown et C. O. Townsend, *U. S. Depart. Agric., Bureau Plant Industry*, Bull. n° 213, 1911, p. 177.

(2) C. Arnaudi, *Atti Soc. Ital. Sc. nat.*, Milan, 6, 1925, p. 230-238.

(3) A. J. Riker, *Journ. Agri. Res.*, 32, 1926, p. 83-96.

(4) P. Nobécourt, *Thèse Fac. Sciences*, Lyon, 1927, p. 139.

entre-nœuds situés au-dessus de la tumeur, cinq piqûres d'une aiguille infectée avec une culture de 48 heures de *B. tumefaciens*.

Dans quelques cas, un ou deux entre-nœuds situés au-dessous de la tumeur ont été inoculés aussi. Dans chaque série d'expériences des *Pelargonium* témoins, non inoculés antérieurement, ont été traités de même, par groupes de cinq piqûres échelonnées le long de la tige.

Résultats. — 1° *Témoins*. — Chez tous les témoins, comme c'est l'habitude, aucune réaction appréciable ne s'est manifestée au niveau des piqûres, dans les premiers jours qui ont suivi l'inoculation. Puis, vers le quinzième jour en moyenne, sont apparues, aux points inoculés, de minimes excroissances, qui, augmentant progressivement de volume, ont généralement fini par se confondre avec leurs voisines, d'où la formation, à chaque entre-nœud, d'une tumeur volumineuse. Les inoculations sans résultat sont en faible proportion : 16 sur un total de 126 piqûres (soit 11,26 pour 100) dans la dernière série, comportant 7 témoins inoculés le 1er mai 1935.

2° *Plantes réinoculées*. — Chez les plantes portant une tumeur, la réinoculation donne lieu généralement à une réaction précoce. Au bout de trois ou quatre jours, les entre-nœuds inoculés sont gonflés, l'épiderme se déchire au niveau des piqûres, d'où la formation de craquelures fusiformes, longitudinales, pouvant dépasser 1cm de long. Dans certains cas, autour des piqûres, apparaissent des aires nécrotiques qui, parfois, deviennent confluentes et aboutissent à la nécrose d'un ou de plusieurs entre-nœuds. D'autres plantes, enfin, se fanent peu de temps après l'inoculation, comme si elles subissaient une intoxication généralisée.

Quelle que soit l'intensité et l'extension de ces accidents précoces, ils ne s'accompagnent pas de réaction hyperplasique ; aucune tumeur n'apparaît au niveau des piqûres qui en sont le point de départ. C'est seulement au niveau des inoculations les plus éloignées ou, plus rarement, les plus rapprochées de la galle primitive que, dans 55 pour 100 des plantes réinoculées, nous avons vu se développer des tumeurs à croissance lente et qui sont le plus souvent restées de petite taille. Ces réinoculations qui « prennent » sont, dans l'ensemble, en faible proportion : 25 sur un total de 285 piqûres (soit 8,77 pour 100) dans la dernière série d'expériences, comportant 9 *Pelargonium* réinoculés le 1er mai 1935 ; les tumeurs de réinoculation, dans cette série, se sont formées à une distance moyenne de 14cm de la tumeur primitive (distances extrêmes : 7 et 21cm,5).

En résumé, on observe, à la suite de la réinoculation, toute une gamme de lésions qui sont, en partant de la formation d'une tumeur (réaction

normale) : la craquelure précoce au niveau de la piqûre; la nécrose des tissus autour du point d'inoculation; la nécrose étendue d'une partie de la tige; la flétrissure généralisée de la plante. Les *Pelargonium* portant une tumeur en évolution présentent donc une immunité partielle ou totale vis-à-vis des réinoculations, en ce sens que le plus grand nombre de ces réinoculations ne donnent pas lieu à la formation de tumeurs. Mais cette immunité s'accompagne d'une hypersensibilité qui se traduit par des phénomènes d'intoxication locale ou générale. Le processus paraît pouvoir être mis en parallèle avec celui qui caractérise l'immunité humorale chez les animaux. On sait, en effet, que, lorsqu'on inocule pour la seconde fois à un animal un antigène donné, les anticorps développés à la suite de la première injection se fixent sur cet antigène, le détruisent et, par là, assurent l'immunité. Mais l'état réfractaire ainsi acquis est souvent accompagné, ou même masqué par des accidents « hypersensibilité » dus, selon Maurice Nicolle, aux produits toxiques libérés par la « lyse » de l'antigène et plus ou moins intenses suivant que cette lyse s'accomplit de façon plus ou moins rapide.

CYTOLOGIE. — *Un mode nouveau de multiplication cellulaire directe. La méroamitose.* Note de M. **J.-André Thomas**, présentée par M. Félix Mesnil.

La méthode de la culture des tissus a permis de découvrir : 1° la fonction de la cellule entoblasto-vitelline, chez le Poulet : c'est de secréter un produit comparable au vitellus; 2° les potentialités de cette cellule épithéliale qui ne persiste qu'après s'être transformée en fibrocyte ou peut donner naissance à des histiocytes [1]. Au stade épithélial, la cellule vitelline se reproduit normalement ou donne naissance aux histiocytes par un mode spécial de division directe et non par la caryocinèse. On a attendu, surtout en ce qui concerne la formation des histiocytes, observée la première fois en mai 1933, et quoiqu'on sache la provoquer maintenant par voie chimique, de pouvoir observer tous les stades spontanés à l'état vivant. Ce mode de multiplication ne doit pas être confondu avec le phénomène de la polynucléose ou celui de la fragmentation normale, réaction-

---

[1] Voir surtout *C. R. Assoc. Anat.*, 1935, 28e réunion (sous presse).

nelle ou pathologique des noyaux, étudiée surtout par Guieysse-Pelissier (1913-1926) et qu'on peut retrouver dans les cultures de tissus.

1° *Multiplication normale des cellules vitellines épithéliales.* — A la suite d'une division directe n'intéressant qu'une petite partie du noyau d'une grande cellule, il y a formation d'un petit noyau, individualisé, d'abord pauvre en chromatine. Cette division commence par une hernie latérale du



De 1 à 5, schémas de la multiplication de la cellule vitelline épithéliale et de 1_t à 3_t de la formation des histiocytes. N, noyau; Pl, plasmosome; C, cytoplasme; n_1, n_2, un premier et un deuxième petit noyau; c_1, cytoplasme de la cellule fille; $n\,H_1$, $c\,H_1$, $n\,H_2$, $c\,H_2$, le noyau et le cytoplasme d'un premier et d'un deuxième histiocyte.

noyau (*fig.* 1) ou s'effectue souvent, sur le noyau aplati, sous forme d'une calotte superficielle (*fig.* 4). Une partie du plasmosome peut se couper et passer dans le petit noyau (*fig.* 1), mais la division s'achève aussi sans participation apparente du plasmosome principal ou seulement avec celle d'un plasmosome de petite taille (*fig.* 4). Le petit noyau chemine et grossit dans l'endoplasme. Après division d'une partie du cytoplasme, une cellule fille plus petite que la cellule mère (*fig.* 2 à 5) est née. Un même noyau émet plusieurs petits noyaux qui peuvent être à l'origine de plusieurs cellules filles.

2° *Formation des histiocytes.* — Les phénomènes nucléaires et cytoplasmiques sont de même ordre que ceux qui viennent d'être décrits, mais

d'habitude, ils sont concomitants et se font sur une face de la cellule du côté le moins aéré (*fig.* 1,-3,). C'est pendant la genèse de la cellule fille et au niveau de celle-ci qu'apparaissent les diverses propriétés structurales et physiologiques qui caractérisent l'histiocyte et correspondent vraisemblablement à un changement d'état du protoplasme. Ces propriétés sont acquises dès que l'histiocyte est libéré. Celui-ci émigre aussitôt.

Ce mode de multiplication directe, très simple, peut être désigné par le terme de : *méroamitose* (il y a *mérocaryodiérèse* et *méroplasmodiérèse*). Il est exclusif, ici, de la caryocinèse. Il assure normalement la formation de cellules filles, gardant leurs caractères spécifiques (*méroamitose multiplicatrice*), dans des cultures jeunes dont la rapidité de croissance et la taille finale dépassent celles des autres tissus. Dans le cas de la formation des histiocytes (*méroamitose transformatrice*), il est peut-être le plus fécond. En outre lorsque la cellule vitelline est transformée soit en fibrocyte, soit en histiocytes, *il a été établi d'une part qu'elle conserve toujours ses caractères spécifiques sécrétoires, d'autre part qu'elle se multiplie dès lors par la caryocinèse.* Les recherches de Meves (1891) et surtout celles de Cl. Regaud (1901) nous ont appris que des cellules, à l'origine de la lignée germinative ellemême, les spermatogonies, se multiplient par amitose. Les travaux sur la continuité génétique des chromosomes ne doivent donc pas nous autoriser à négliger ce fait expérimental : une cellule normale, différenciée, peut se reproduire en gardant ses caractères spécifiques fondamentaux, qu'il n'y ait pas ou qu'il y ait, au cours de son évolution, disposition de sa chromatine en chromosomes.

On peut rapporter à la méroamitose multiplicatrice quelques faits de l'histogenèse normale ([1]), expérimentale ou pathologique. Enfin, lorsqu'une cellule d'origine mésoblastique ([2]) ou entoblastique se transforme en histiocyte, s'il y a division cellulaire, celle-ci est directe (comme l'ont vu plusieurs auteurs sans suivre complètement et interpréter le phénomène) : c'est une méroamitose transformatrice.

([1]) P. Wintrebert, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 91-93.
([2]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 886-888.

ENTOMOLOGIE. — *Sur certains rapports faunistiques entre Madagascar et l'Afrique sud-orientale*. Note de M. **Pierre Lesne**, présentée par M. Louis Bouvier.

Les Coléoptères xylophages de la famille des Bostrychides appartenant au genre *Enneadesmus* sont représentés à Madagascar par deux espèces qui paraissent être propres à la faune malgache et dont l'une, *E. bigranulum* Lesne (1901), se rencontre dans toute l'étendue de l'île depuis les environs de Diégo Suarez jusqu'au Pays Androy, mais principalement dans les régions occidentales de l'île. Cette espèce, apparentée au groupe de l'*E. forficula* Fairm., qui est répandu dans l'Afrique tropicale et subtropicale extraguinéenne, en diffère cependant très nettement par le moindre développement des parties postoculaires de la capsule crânienne, par la sculpture du front et par les caractères sexuels secondaires de la femelle.

Pendant un séjour au Mozambique, j'ai recueilli dans la vallée du Zambèze et sur les hautes terres d'entre Poungoué et Soungoué, un *Enneadesmus* [*E. Mariæ* (1)], qui offre les plus grandes affinités avec le *bigranulum*, et j'ai pu constater depuis que ce même *Enneadesmus Mariæ* se rencontrait également en d'autres régions de l'Afrique centrale : Rhodesia du Sud, Natal, Basoutoland, Est de la Colonie du Cap, en sorte que son aire de dispersion s'étend de la vallée du Zambèze à la région de Port-Élisabeth.

Les seules différences notables que j'ai pu relever entre les deux espèces affectent la largeur du corps, qui est bien plus étroit chez le *Mariæ*, et la forme des articles de la massue antennaire, qui sont plus allongés chez le *bigranulum*. Ces caractères se montrent très constants chez les nombreux individus de l'une et l'autre forme que j'ai examinés. A part de très légères particularités, tous les autres caractères de ces Insectes, y compris ceux de l'armure génitale, sont identiques, et l'on peut affirmer que les deux espèces en question sont des vicariants de même souche.

Ces données offrent un certain intérêt puisqu'elles viennent à l'appui de l'hypothèse formulée par L. Joleaud (1924) et adoptée par L. Cuénot (1927) concernant la probabilité d'une liaison entre Madagascar et la côte africaine voisine à une époque géologique récente telle que la fin du pliocène ou le quaternaire ancien, cette liaison pouvant avoir été terrestre ou s'être

(1) La caractéristique de cette espèce inédite paraîtra dans un autre Recueil.

effectuée par le moyen d'îles flottantes issues des estuaires des fleuves africains.

Le cas offert par les *Enneadesmus bigranulum* et *Mariæ* serait ainsi, chez les Coléoptères, l'exact équivalent de ceux présentés, chez les Mammifères Ongulés, par les Potamochères et les Hippopotames qui, les uns et les autres, ont ou ont eu très récemment, des formes vicariantes de part et d'autre du Canal de Mozambique. La recherche de ces vicariants africano-malgaches confère un intérêt spécial à l'étude de la faune du Mozambique.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Foie et glutathion.* Note de MM. **Léon Binet** et **G. Weller**, présentée par M. Antonin Gosset.

L'étude comparative du sang, à l'entrée et à la sortie d'un organe, reste une technique d'un intérêt capital pour élucider la physiologie de cet organe. Aussi, au cours des recherches que nous poursuivons sur les relations qui unissent l'activité du foie et le métabolisme du glutathion, avons-nous cru devoir effectuer une série de dosages du glutathion dans le sang de la veine porte et de la veine sus-hépatique chez des chiens placés dans des conditions expérimentales bien déterminées.

Il a été démontré que le glutathion sanguin est fixé sur les éléments figurés; aussi avons-nous cru devoir employer des animaux anesthésiés au chloralose depuis une heure au moins et les prises de sang n'ont été effectuées qu'après pincement des pédicules spléniques, de façon à éviter les polyglobulies de chasse dues à la spléno-contraction, et que l'un de nous a fait connaître antérieurement. D'autre part, une numération des hématies a toujours été effectuée parallèlement aux dosages et seuls sont retenus ici les cas où il n'y a pas eu de variations numériques des globules rouges au cours de l'expérience.

Pour chaque animal, nous avons exploré le sang artériel, le sang de la veine porte et celui de la veine sus-hépatique.

Les dosages de glutathion ont été pratiqués d'après la technique qui nous est personnelle [1] et qui nous semble être une technique sensible et spécifique : nous n'envisageons ici que le *glutathion total* (forme oxydée et forme réduite).

---

[1] Léon Binet et G. Weller, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1185; *C. R. Soc. Biol.*, **119**, 1935, p. 939.

Une série de 12 chiens a été retenue. Six ont été examinés à l'état de jeûne, les six autres en pleine digestion.

Chez l'animal à jeun, nous trouvons des chiffres qui varient toujours dans le même sens, à savoir un taux de glutathion plus élevé dans le sang de la veine sus-hépatique. Ainsi, tel chien de 24^{kg} présente un taux de glutathion total de 22,97 (milligrammes par 100^{g} de sang) dans le sang artériel fémoral, de 25,33 dans le sang porte et de 38,28 dans la veine sus-hépatique. Tel autre, de 23^{kg}, donne : 38,37 pour le sang artériel, 45,36 dans la veine porte et 57,12 dans la veine sus-hépatique.

Par contre chez un chien en pleine digestion, le sang de la veine porte est plus riche en glutathion que celui de la veine sus-hépatique; ainsi nous trouvons pour l'artère fémorale 24,30; pour la veine porte 48,36; pour la veine sus-hépatique 27,41, ou encore et successivement : 18,30, 31,66 et 26,07.

En faisant égal à 100 le chiffre du glutathion total dans le sang artériel, nous trouvons, comme moyenne de la double série de six chiens explorés; 1° dans le groupe des animaux au jeûne, le chiffre de 109 pour la veine porte et 144 pour la veine sus-hépatique; 2° dans celui des animaux en digestion, 151 pour la veine porte et 127 pour la veine sus-hépatique.

Ainsi, à l'état de jeûne, il y a plus de glutathion sanguin total dans le sang qui s'échappe du foie que dans celui qui y arrive; du fait de la traversée hépatique, le sang paraît se charger de glutathion. En période digestive, on constate un processus inverse; il y a plus de glutathion dans le sang porte que dans le sang sus-hépatique; tout se passe comme si le glutathion du sang qui traverse le foie se déposait dans cet organe.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Formation d'acide cyanhydrique, à partir de quelques composés organiques, en présence de sulfite cuivrique ammoniacal.* Note de M. **Jacques Parrod**, présentée par M. Georges Urbain.

J'ai signalé [1] la formation d'acide cyanhydrique lorsqu'on laisse quelques jours, à la température du laboratoire, une solution de *d*-fructose et de sulfite cuivrique ammoniacal.

Cette réaction peut être étendue à plusieurs composés organiques, à

---

[1] *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1884.

condition d'opérer à température plus élevée; le rendement devient alors important au bout de quelques heures seulement.

Technique. — Dans une fiole conique de 50^{cm^3}, on introduit $0^g,5$ de la substance à expérimenter et 50^{cm^3} de la solution suivante : hydroxyde cuivrique, 100^g; sulfite d'ammonium $d = 1,18$, 250^{cm^3}; ammoniaque $d = 0,92$, 250^{cm^3}; eau distillée, 500^{cm^3}. On bouche, plonge dans un bain-marie maintenu à température constante, pendant une durée déterminée. On abandonne ainsi une nuit au frigidaire; des cristaux se déposent, dans lesquels on détermine CNH comme il a été indiqué (*loc. cit.*).

Nombres de molécules de CNH *obtenues à partir de* 100 *atomes de carbone.*
Température : 58° *à* 62°.

Durées de chauffage	1 heure.	2 heures.	4 heures.	8 heures.
α-Glucoheptose	0	traces	traces	2,6
d-Fructose	10	12,8	14,6	17,5
d-Sorbose	8,5	11	13,3	15,6
d-Glucose	0	0	3,1	5
d-Mannose	0	0	0,1	3,1
d-Galactose	0	0	0	0,3
Chlorhydrate de *d*-glucosamine	0,5	5	9,5	12,7
l-Arabinose	0	0	traces	3
l-Xylose	0	0	traces	3,3
Acide mésoxalique	9,5	13	14	16,6
Acide tartronique	3,6	10,8	11	13
Glyoxal	0	0	2,8	3,5
Acide glyoxylique	15,3	16,5	16,7	18,4

A la même température, plusieurs des composés expérimentés n'ont pas donné d'acide cyanhydrique; ce sont : le lactose, le maltose, le saccharose, le rhamnose, l'acide gluconique, l'acide tartrique, l'acide oxalique, le formol et le pyrogallol.

Nombres de molécules de CNH *obtenues à partir de* 100 *atomes de carbone.*
Température : 80° *à* 85°

Durées de chauffage	4 heures.	8 heures.
Lactose	1,8	2,5
Maltose	1,8	2,6
Rhamnose	6	8,5
Acide glyoxylique	19,2	20,2

A 60°, le lactose, le maltose et le rhamnose n'avaient pas donné CNH. On voit qu'à 80° les rendements sont bien inférieurs à ceux obtenus avec l'acide glyoxylique aussi bien à 60 qu'à 80°.

A 80-85°, les corps suivants ont donné un résultat nul : saccharose, acide gluconique, acide pyruvique, acide oxalique, acide formique, glycocolle, alanine, formol, pyrogallol, hydroquinone (1).

Cas particulier de l'oxyde de carbone. — Grâce à sa solubilité dans les solutions cupro-ammoniacales, ce gaz peut être facilement expérimenté. La technique utilisée est celle indiquée ci-dessus, mais la fiole contenant le réactif cuprique est reliée à un gazomètre rempli de CO. A 60° ou à 85°, l'expérience durant 4 ou 8 heures, l'acide cyanhydrique n'a pu être décelé.

Conclusions. — La formation d'acide cyanhydrique, en présence de sulfite cuivrique ammoniacal, paraît être, d'après les résultats précédents, une propriété générale des sucres réducteurs ; les vitesses de réaction sont assez diverses. Quelques composés voisins des sucres (acide mésoxalique, etc.) se comportent comme eux.

Le pyrogallol, cependant fortement réducteur, ne fournit pas CNH.

Parmi les substances qui n'engendrent pas CNH, l'oxyde de carbone et l'aldéhyde formique méritent d'être particulièrement remarqués, car on aurait pu être tenté de voir dans l'un ou l'autre de ces deux corps, de formules très simples, un terme de passage vers CNH. L'expérience ne permet guère de retenir cette hypothèse.

A 15h50m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h15m.

E. P.

---

(1) Dans le cas des phénols, des dérivés sulfonés prennent naissance (voir Yvonne Garreau, *Bull. Soc. chim. Fr.*, 5e série, 1, 1934, p. 1563-1570).

ERRATA.

(Séance du 7 octobre 1935.)

Note de Mme *Paulette Chaix*, Sur la cinétique de l'attaque du glucose et de l'acide lactique par de petites masses bactériennes. La notion de masse active minima :

Page 626, ligne 3 à partir du bas, *au lieu de* 9 pour 100, *lire* 9 pour 1000.

(Séance du 4 novembre 1935.)

Note de Mme *Paulette Chaix*, Action de quelques dérivés sulfurés sur la fermentation du glucose par des bactéries propioniques (*Propionibacterium* 11) :

Page 857, ligne 16, *au lieu de* 9 pour 100, *lire* 9 pour 1000.

(Séance du 12 novembre 1935.)

Note de MM. *Jean Régnier* et *André Quevauviller*, Des variations concomitantes de la chronaxie et de l'excitabilité nerveuse sous une influence pharmacodynamique :

Page 914, ligne 23, *au lieu de* l'excitabilité post-narcotique, *lire* l'inexcitabilité post-narcotique.